

... "nemá ani spekulovaní ..."

# NELINEÁRNÍ OPTIKA

(nemám ...)

V NLO materiálové veličiny, jako jsou dielektrická permitivita, index lomu, atd. jsou závislé na intenzitě dopadajícího světla.

$E \sim 10^{12} \text{ V/m}$

$10^8 - 10^{12} \text{ V/m}$

$\Delta E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0$   
 $n = n_0 + n_2 |E|^2$

## MAXWELLOVY ROVNICE V NL PROSTŘEDÍ

$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \text{ nemagnetické materiály } \vec{M} = 0$

podobně  $|\vec{E}|$  podobně  $|\vec{B}| = |\vec{H}| c$

$\vec{j} = 0$

$\text{rot rot } \vec{E} = \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E}$

$\text{div } \vec{E} = 0$   
 $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$

$\vec{P} = \vec{P}^{(L)} + \vec{P}^{(NL)}$

div  $\vec{P} = 0$

Fourierovy složky

$\vec{E}(z, t) = \sum_j \vec{E}(z, \omega_j) e^{-i\omega_j t}$

$\vec{P}(z, t) = \sum_j \vec{P}(z, \omega_j) e^{-i\omega_j t}$

Frekvencní doména:

$\vec{P}^{(L)}(\omega) = \epsilon_0 \vec{\chi}^{(1)}(\omega) \cdot \vec{E}(\omega)$

$\vec{P}_i^{(L)}(\omega) = \epsilon_0 \sum_j \vec{\chi}_{ij}^{(1)}(\omega) E_j(\omega)$

$\vec{P} = \epsilon_0 \vec{\chi}^{(1)} \cdot \vec{E}$   
 $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$   
 $P_x = \epsilon_0 \chi_x^{(1)} E_x$   
 $1 + \chi^{(NL)} = \epsilon^{(NL)}$   
 $\vec{P} = \epsilon_0 \vec{\chi}^{(NL)} \cdot \vec{E}$   
 (long. (long.))

$$\vec{P}_i^{(NL)}(\omega_i) = \sum_{j,k} \epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_i = \omega_j + \omega_k) : \vec{E}_j(\omega_j) \vec{E}_k(\omega_k) +$$

$$+ \sum_{j,k,l} \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_i = \omega_j + \omega_k + \omega_l) : \vec{E}_j(\omega_j) \vec{E}_k(\omega_k) \vec{E}_l(\omega_l) +$$

+ ... vyššieho rádu - hľadajú sa  
 nelineárne látky s guinea-pigovými  
 vlastnosťami nelineárnych látok

rit i atnwa  
 nelineárny efekt

časová a priestorová doména:  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{div } \vec{j}$ ,  $\text{div } \vec{j} = \text{grad } \rho + \text{curl } \vec{v}$

Casovo - priestorová doména:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\text{vzostup}} \chi^{(1)}(\vec{r} - \vec{r}_1, t - t_1) \vec{E}(\vec{r}_1, t_1) d\vec{r}_1 dt_1 +$$

honzolín

$$+ \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\text{vzostup}} \chi^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{r} - \vec{r}_2, t - t_1, t - t_2) :$$

melokabni

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{gami} \\ \text{dijuzi} \\ \text{ev. i prvku} \end{array} \right. \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{\text{vzostup}} \chi^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{r} - \vec{r}_2, t - t_1, t - t_2) :$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{prvku} \\ \text{prvku} \end{array} \right. : \vec{E}(\vec{r}_1, t_1) \vec{E}(\vec{r}_2, t_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 dt_1 dt_2 + \dots$$

t.j. obdržime vicenasobné konvoluce.

$\chi_{ij}^{(j)}$  jsou susceptibility

$$\int E(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \int E^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

- z reálnosti  $\vec{E}(\vec{r}, t)$   $[E^*(\omega) = E(-\omega)]$

$$\chi_{ijk}^{(2)*}(\omega_i, \omega_j, \omega_k) = \chi_{ijk}^{(2)}(-\omega_i, -\omega_j, -\omega_k), \text{ atd.}$$

- v nedisipativním prostředí  $\chi_{ij}^{(1)*}(-\tau) = \chi_{ij}^{(1)}(\tau)$ ,  
 atd. takže

$$\chi_{ij}^{(1)*}(\omega_j) = \chi_{ij}^{(1)}(\omega_j), \text{ atd. - susceptability jsou reálné}$$

Symetrie (Kleinman)  $\omega_1 \omega_2 \omega_3$

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = \chi_{jki}^{(2)}(\omega_1 = \omega_3 - \omega_2) = \dots$$

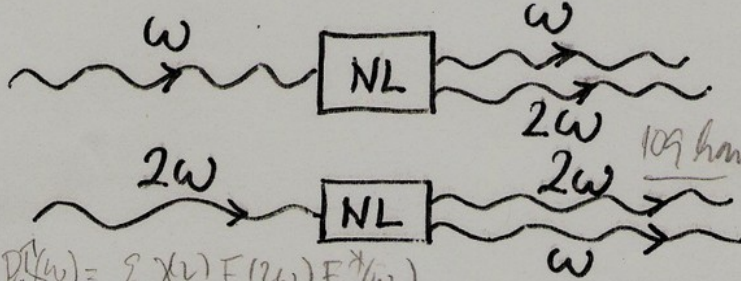
Podle řádu vektoru polarizace můžeme rozlišit následující nelineární optické jevy:

2. řádu ( $\chi_{ijk}^{(2)}$ )

řádky  $\chi_{ijk}^{(2)}$   $\chi_{ikj}^{(2)}$   $\chi_{kji}^{(2)}$

$P^{(NL)}(\omega)$  generace druhé harmonické a sub-harmonické

$\chi^{(2)} = \chi_{111}^{(2)}$   
 $\chi^{(2)} = \chi_{112}^{(2)}$   
 $P^{(NL)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2$

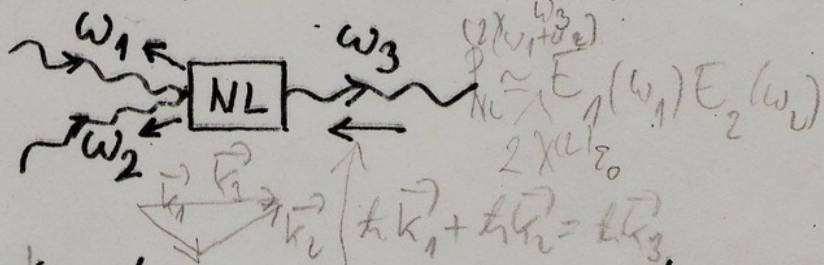


$P$

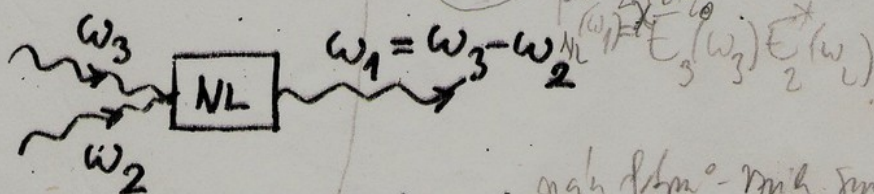
$\omega + \omega = 2\omega$   
 1. harmonická  
 2. harmonická  
 1. sub-harmonická

generace součtové frekvence,  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$

srážení frekvencí  
 rozložení konverse  
 nahoru

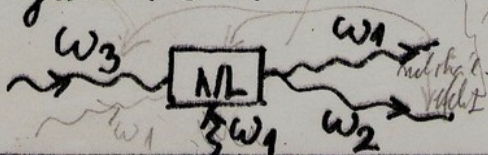


$\chi^{(2)}$  generace rozdílové frekvence, frekvenci konverse dolů



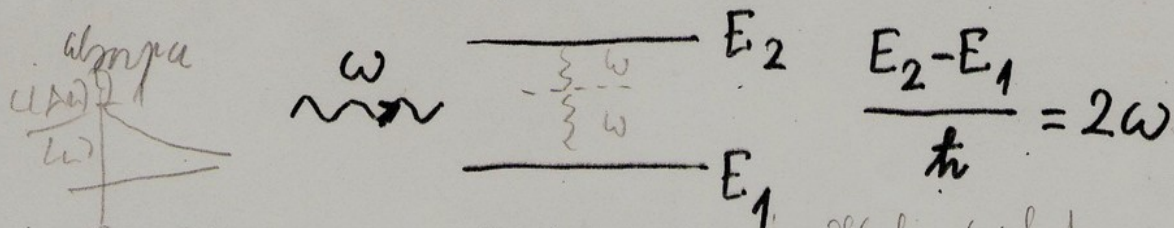
$\chi^{(2)}$  parametrická generace a zesílení

$\chi_{111}^{(2)} \neq 0$   
 $\chi_{112}^{(2)} \neq 0$



veliký signál - malý signál  
 signál. svazek pro  
 jačší svazek

# dvoufotonová absorpce a emise



Optické užití:  $P_{NL}(0) \approx \chi^{(2)}(0 = \omega_1 - \omega_1) E_1(\omega_1) E_1^*(\omega_1) \cdot U$   
 3. řádku ( $\chi_{ijkl}^{(3)}$ ) *Summa složek d. v. p. d. E*

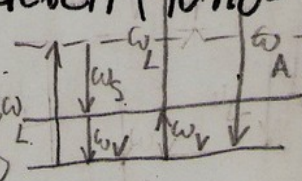
generace 3. harmonické a sub-harmonické  
 $\omega + \omega + \omega = 3\omega$

optický Kerrův jev,  $n(I) = n_0 + n_2 I$ , fotorefrakce  
 autofokussace intenzivních laserových svazků

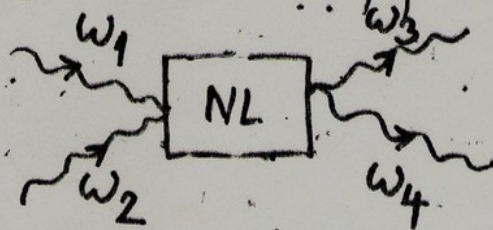
FOTOREFRAKČNÍ JEVI

Ramanův rozptyl na optických vibracích (fonomech) látky,  $\omega_{S,A} = \omega_L \mp \omega_V$

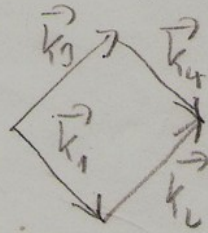
Szilber-Tied Boyd



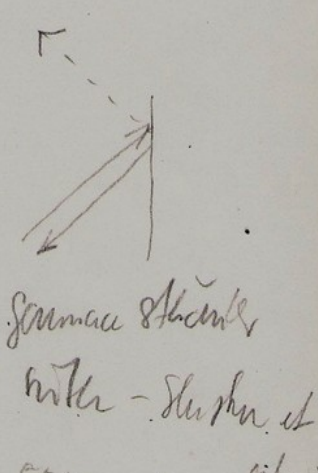
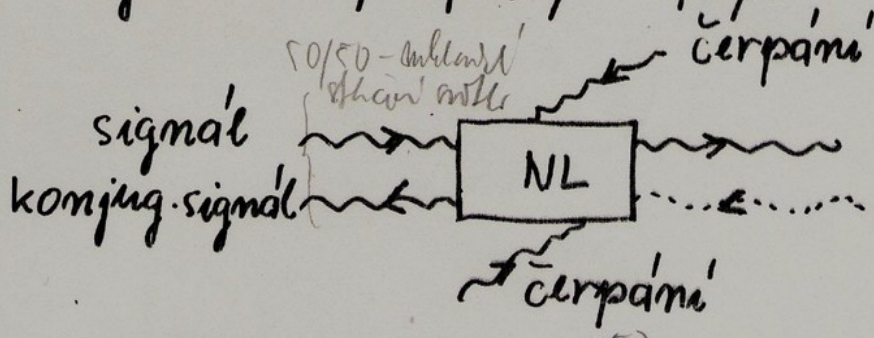
Brillouinův rozptyl na akustických vlnách  
 čtyřvlnové směšování, fázová konjugace



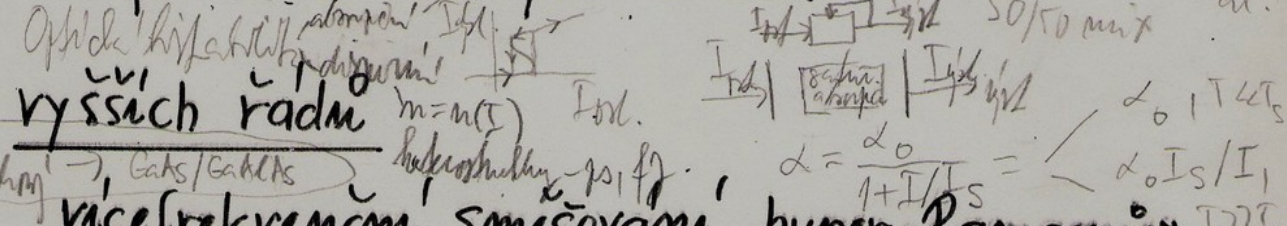
$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$$



degenerovaný zpětný rozptyl



trífotonová absorpce a emise



vyšších řádů

vícetřetím směřování, hyper-Ramanův rozptyl,  $\omega_{S,A} = \omega_1 + \omega_2 \mp \omega_V = 2\omega_L \mp \omega_V$

Ramanův rozptyl vyšších řádů,  $\omega_{S,A} = \omega_L \mp k\omega_V$

vícetřetím absorpce a emise, atd.

REGULARIZACE, VÍCFOT. LASERY, SUBPROSS. ČERPÁNÍ

Přechodové koherentní nelineární jevy

- autoindukovaná transparence, optické solitony
- fotonové echo
- superradiance

na kř. R.H. o laudh! CO SLYŠELI?

ZSE předání od Hmla

SOLITON-LASER  
 Phys. Today 9. čítek  
 v = 50-200 km/h  
 h = 30 m  
 14. 24. 18. 20. 21.  
 9. 11. 2000

# NELINEÁRNÍ JEVY 2. ŘÁDU

Vlnová rovnice v nelineárním prostředí

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}^{(NL)}}{\partial t^2}, \quad 1 + \chi^{(1)} = n^2, \quad v = \frac{c}{n}$$

rovinná monochromatická vlna ve směru z

$$\vec{P}^{(NL)}(z, t) \sim \sum_j \vec{P}_j^{(NL)} e^{-i\omega_j t + ik_j z} \quad (\text{shledáme})$$

$$\vec{E}(z, t) \sim \sum_j \vec{E}_j e^{-i\omega_j t + ik_j z} \quad (\text{jedna složka})$$

prostor  
i prouhy  
vlny

$$\frac{\partial^2 E_j}{\partial z^2} + k_j^2 E_j = -\mu_0 \omega_j^2 P_j^{(NL)}, \quad k_j = \frac{\omega_j}{c} n_j$$

$$\frac{\partial^2 E_j}{\partial z^2} - k_j^2 E_j + 2ik_j \frac{\partial E_j}{\partial z} + k_j^2 E_j = -\mu_0 \omega_j^2 P_j^{(NL)} e^{-ik_j z}$$

$$\left| \frac{\partial^2 E_j}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_j \frac{\partial E_j}{\partial z} \right|$$

$$\frac{\partial E_j}{\partial z} = \frac{i \epsilon_0 \mu_0 \omega_j^2}{2k_j} \sum_{k, l} \chi^{(2)}_{jke} E_k E_l e^{i(k+k-e-k_j)z}$$

pro třímódový proces  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$

$$i \frac{\omega_1^2}{2k_1 c^2} = i \frac{\omega_1^2}{2k_1 n_1^2 v_1^2} = i \frac{\omega_1}{2n_1 v_1}$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} = \frac{i}{2k_1} \frac{\omega_1^2}{c^2} \chi^{(2)} E_2^* E_3 e^{i\Delta k z}$$

$$\frac{i\omega_1^2}{2k_1} \mu_{000} = \frac{i\omega_1 \mu_{000}^2 v_1}{2}$$

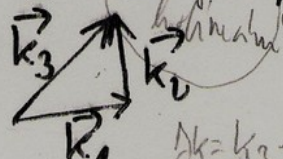
$$\frac{\partial E_2}{\partial t} = \frac{i}{2k_2} \frac{\omega_2^2}{c^2} \chi^{(2)} E_1^* E_3 e^{i\Delta k z}$$

$$= \frac{i\omega_2 \mu_{000}}{2} \frac{1}{\sqrt{\mu_{000} v_2}}$$

$$\frac{\partial E_3}{\partial t} = \frac{i}{2k_3} \frac{\omega_3^2}{c^2} \chi^{(2)} E_1 E_2 e^{-i\Delta k z}$$

$$= \frac{i\omega_3 \mu_{000}}{2} \frac{1}{\sqrt{\mu_{000} v_3}}$$

$$\Delta k = 0, \quad \vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$$



$\Delta k = |k_3 - k_2 - k_1|$   
fázová desynchronizace vplávná!

Pro degenerovaný proces 2. harmonické

$$\omega_2 = 2\omega_1$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} = \frac{i}{k_1} \frac{\omega_1^2}{c^2} \chi^{(2)} E_1^* E_2 e^{i\Delta k z}$$

$\omega_1 + \omega_1$  identické  
vlny v  $\chi^{(2)}$

$$\frac{\partial E_2}{\partial t} = \frac{i}{2k_2} \frac{\omega_2^2}{c^2} \chi^{(2)} E_1^2 e^{-i\Delta k z}$$

$$\frac{2\omega_1}{2} = \frac{\omega_1}{c}$$

$$\Delta k = |k_2 - 2k_1|$$

fázová synchronizace

$$\Delta k = 0, \quad \vec{k}_2 = 2\vec{k}_1$$

$$v = v \lambda$$

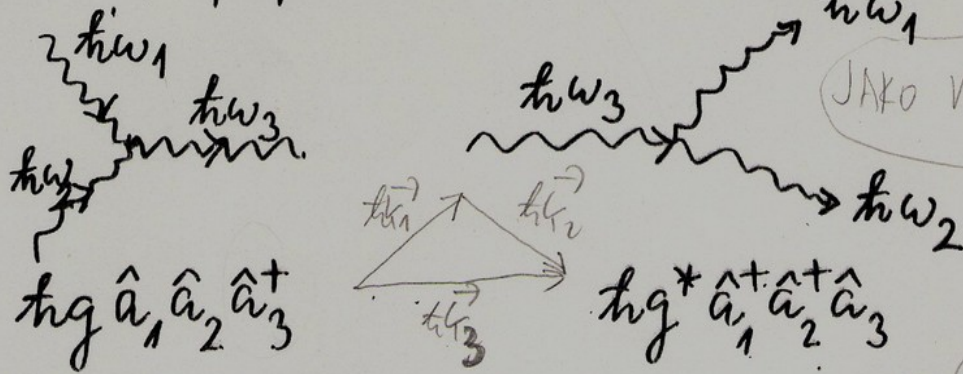
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega m}{c}$$

$$m_3 \omega_3 = m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2$$

kolimární  $\xrightarrow{k_1} \xrightarrow{k_2} \xrightarrow{k_3}$

$$\frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$$

Kvantový popis :  $\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$  ,  $\hbar\vec{k}_3 = \hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2$



JAKO V LASERECH

$$\hbar g \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3^+ \rightarrow \hbar g^* \hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+ \hat{a}_3$$

$\hat{a}$  - anihilační operátor fotonu

$\hat{a}^+$  - kreační operátor fotonu

DEFINICE

CASOVY

PROSTOROVY

$$\hat{H}_{int} = -\hbar g \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3^+ + h.c.$$

Heisenbergovy rovnice

proč  $v \neq c$ ,  $\mu = \hbar\omega$   
 harmonikum  $t = t_0$

$$i\hbar \frac{d\hat{a}}{dt} = [\hat{a}, \hat{H}] = \hat{a}\hat{H} - \hat{H}\hat{a}$$

$$\frac{1}{v} \frac{d}{dt} \hat{a}_1 = ig^* \hat{a}_2^+ \hat{a}_3$$

$$\frac{1}{v} \frac{d}{dt} \hat{a}_2 = ig^* \hat{a}_1^+ \hat{a}_3$$

$$\frac{1}{v} \frac{d}{dt} \hat{a}_3 = ig \hat{a}_1 \hat{a}_2$$

g  $\rightarrow$   $\frac{1}{v} \frac{\partial H}{\partial \hat{a}}$   
 $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$   
 $t = t_0 + \frac{z}{v}$   
 $\hat{H} \rightarrow \hat{P}$

$$i\hbar \frac{\partial \hat{a}}{\partial z} = [\hat{P}, \hat{a}]$$

$\hat{P} = \hbar c \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \hbar c \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \hbar c \hat{a}_3^+ \hat{a}_3$   
 $v_1 \approx v_2 \approx v_3$

kdy vazbová konstanta

$$g = \frac{\omega^2}{2kc^2} \chi^{(2)} e^{-i\Delta k z}$$

$$= \frac{\omega^2}{2k v^2} \chi^{(2)} e^{-i\Delta k z} \approx \frac{\omega^2}{2m^2} \chi^{(2)} e^{-i\Delta k z}$$

$g = \nu G$

$10^{-2} - 10^4$



Hodnoty  $\chi^{(2)}$  [10<sup>-13</sup> m/V] - střed. 2 viditelné

LiIO <sub>3</sub>	6 ± 1
NH <sub>4</sub> H <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> (ADP)	0,5 ± 0,02
KH <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> (KDP)	0,45 ± 0,03
Křemen	0,37 ± 0,02
CdS	28,6 ± 2
GaAs	107 ± 30
GaP	80 ± 14
LiNbO <sub>3</sub>	4,76 ± 0,5
Te	730 ± 230
Se	130 ± 30
Ag <sub>3</sub> AsS <sub>3</sub> (PROUSTIT)	22,5

Franzen 1961

$$g = \frac{\omega^2 \cdot v}{2k^2} \chi^{(2)} = \frac{\omega^2}{2k^2 v} \chi^{(2)}$$

$$= \frac{\omega}{2m^2} \chi^{(2)} \approx 10^3$$

$$\frac{10^3 \cdot 10^{15}}{10^{-6} \cdot 10^8} = 10^4 \cdot 10^3$$

$$\frac{10^3}{10^{-6}} = 10^9$$

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E = \epsilon_0 E$$

$$D = \epsilon_0 E + P$$

BBO typ II BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>

$$\epsilon_0 \chi^{(2)} E^2$$

$$n = 1,6$$

$$b = 0,501, |D| = 0,8$$

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 + \dots$$

$\chi^{(2)} E$  je let známá!

je platná - a je symbolem!

$$\chi^{(2)}(-x) = -\chi^{(2)}(x)$$

Pro generaci 2. harmonické

$$\frac{d\hat{a}_1}{dt} = -ig\hat{a}_1^2 + ig^* \hat{a}_1 \hat{a}_2$$

$$\hat{H}_{int} = -ig\hat{a}_1^2 \hat{a}_2^{\dagger} - ig^* \hat{a}_1^{\dagger} \hat{a}_2^2$$

$$\frac{d\hat{a}_2}{dt} = -ig^* \hat{a}_1 \hat{a}_2 + ig\hat{a}_1^{\dagger} \hat{a}_2^2$$

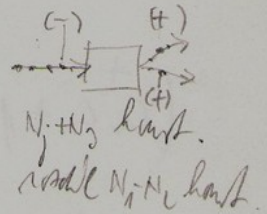
$$\frac{d}{dt} \hat{a}_1 = 2ig^* \hat{a}_1^{\dagger} \hat{a}_2 \quad , \quad \frac{d}{dt} \hat{a}_2 = ig\hat{a}_1^2 \quad | \quad P_{int} = ig\hat{a}_1^{\dagger} \hat{a}_2 + h.c.$$

zákony zachování - Manley-Rowe-relace

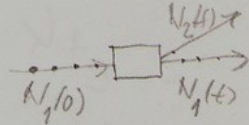
$$\hat{N}_1(t) - \hat{N}_2(t) = \hat{N}_1(0) - \hat{N}_2(0) \quad , \quad \hat{N}(t) = \hat{a}^{\dagger}(t)\hat{a}(t)$$

$$\hat{N}_j(t) + \hat{N}_3(t) = \hat{N}_j(0) + \hat{N}_3(0) \quad , \quad j=1,2$$

i k širokému rozsahu frekvencí  
2. harmonická



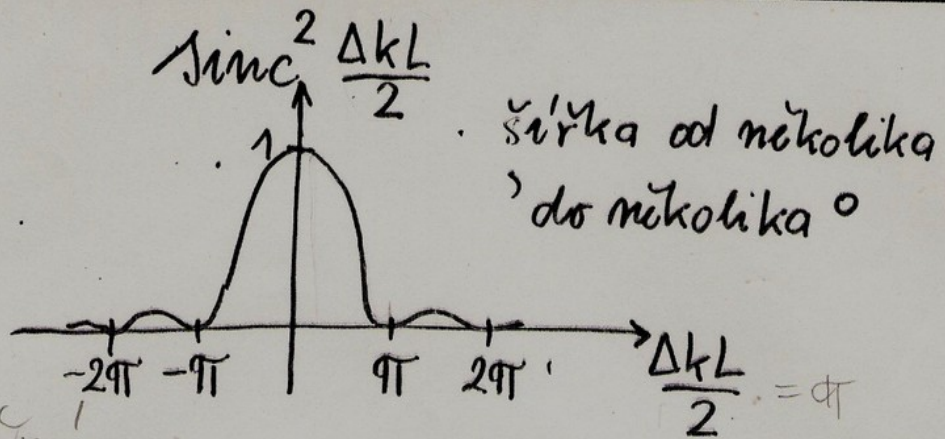
$$\hat{N}_1(t) + 2\hat{N}_2(t) = \hat{N}_1(0) + 2\hat{N}_2(0)$$



Vliv fázového rozladění - silný základní  
čerpací svazek

$$E_2(z) = igE_1^2 \int_0^z e^{-i\Delta k z} dz = igE_1^2 \frac{e^{-i\Delta k z} - 1}{-i\Delta k} = +igE_1^2 \frac{1 - e^{-i\Delta k z}}{\Delta k}$$

$$|E_2(L)|^2 = \frac{(gL)^2}{4} |E_1|^4 \frac{\sin^2 \frac{\Delta k L}{2}}{(\frac{\Delta k L}{2})^2} = \frac{(gL)^2}{4} |E_1|^4 \text{sinc}^2 \frac{\Delta k L}{2}$$



*kompletní*

Na (koherenčním) délce  $L_k$  jsou v interakci základní záření  $\omega_1$  a záření druhé harmonické  $\omega_2 = 2\omega_1$  a dochází mezi nimi k systematické výměně energie:

$$L_k = \frac{2\pi}{|\Delta k|} = \frac{2\pi}{|k_2 - 2k_1|} = \frac{\lambda_{1\text{vztl.}}}{2(n_2 - n_1)} \quad ; \quad k_1 = \frac{\omega_1}{c} n_1$$

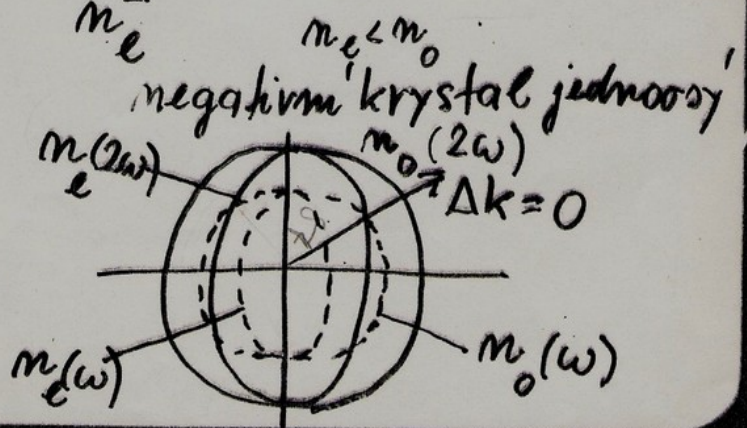
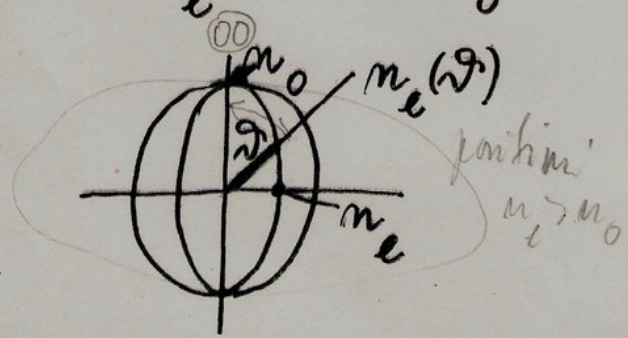
$$k_2 = \frac{2\omega_1}{c} n_2$$

$$\frac{2\pi}{2 \frac{2\omega_1}{c} (n_2 - n_1)} = \frac{\lambda_{1\text{vztl.}}}{2(n_2 - n_1)}$$

V synchronizačním směru  $\Delta k = 0, L_k = \infty,$   
t.j.  $n(2\omega) = n(\omega)$

ř. a mř. vlna v anisotropním krystalu

$$\frac{1}{n_e^2(\vartheta)} = \frac{\cos^2 \vartheta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \vartheta}{n_e^2}$$



EXPERIMENTY

Řešení základních rovnic,  $\Delta k = 0$

$\hat{a}_j \rightarrow \alpha_j = \rho_j e^{i\varphi_j}, j = 1, 2$

$\frac{dE_1}{dz} = ig E_1^* E_2$

$\frac{dE_2}{dz} = ig E_1^2$

$\frac{d\rho_1}{dz} e^{i\varphi_1} + i\rho_1 e^{i\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dz} = 2ig\rho_1\rho_2 e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad | \quad e^{-i\varphi_1}$

$\frac{d\rho_2}{dz} e^{i\varphi_2} + i\rho_2 e^{i\varphi_2} \frac{d\varphi_2}{dz} = ig\rho_1^2 e^{2i\varphi_1} \quad | \quad e^{-i\varphi_2}$

$\rho_1 \left\{ \frac{d\rho_1}{dz} = -2g\rho_1\rho_2 \sin(\varphi_2 - 2\varphi_1) \right. \quad \left. \rho_1^2 + 2\rho_2^2 = \rho_1^2(0) \right.$

$\rho_2 \left\{ \frac{d\rho_2}{dz} = g\rho_1^2 \sin(\varphi_2 - 2\varphi_1) \right.$

$\left. \begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{dz} &= 2g\rho_2 \cos(\varphi_2 - 2\varphi_1) \\ \frac{d\varphi_2}{dz} &= g \frac{\rho_1^2}{\rho_2} \cos(\varphi_2 - 2\varphi_1) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{d}{dz} (\varphi_2 - 2\varphi_1) &= g \left( \frac{\rho_1^2}{\rho_2} - 4\rho_2 \right) \times \\ &\times \cos(\varphi_2 - 2\varphi_1) \end{aligned}$

$\varphi_2 = 2\varphi_1 + \frac{\pi}{2}$  1st c.

$\frac{d\rho_1}{dz} = -2g\rho_1\rho_2, \quad \frac{d\rho_2}{dz} = g\rho_1^2 = g(\rho_1^2(0) - 2\rho_2^2)$

$\rho_1(z)$

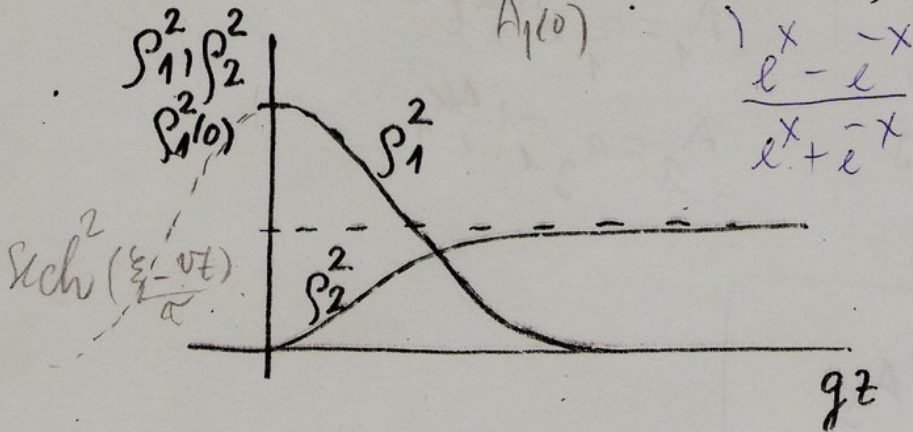
$\rho_1(0)$

NELIN.

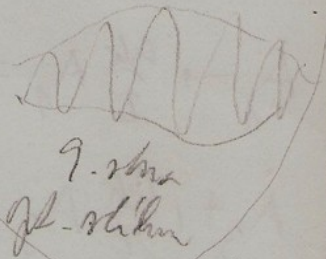
$\rho_1(z) = \rho_1(0) \frac{1}{\cosh(\sqrt{2}g\rho_1(0)z)}$   $\rho_1(0)$

$$(A \operatorname{ch} x)' = \frac{1}{\operatorname{cosh}^2 x} = 1 - \tanh^2 x = A_2(x) \quad 1 - \tanh^2 x = \frac{1}{\operatorname{cosh}^2 x}$$

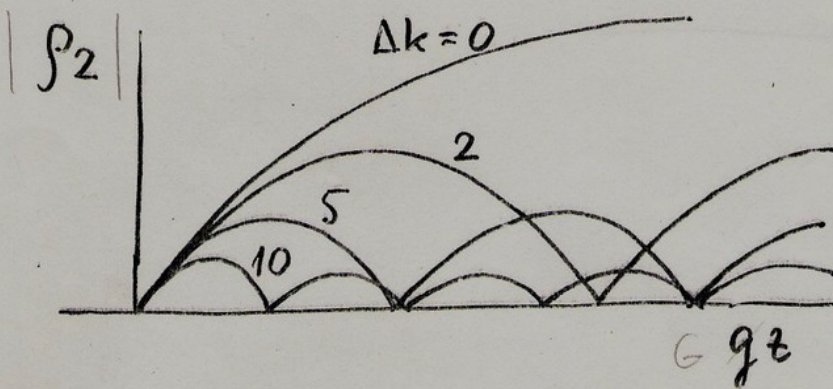
$$\textcircled{1} \quad P_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} P_1(0) \operatorname{ch}(\sqrt{2} g P_1(0) z) \quad \text{OVER } (\pi) \text{ d'obrazu}$$



$\operatorname{ch}(\frac{z-vt}{a})$   
 $v = 50 - 300 \text{ km/h}$   
 $a \approx 30 \text{ m}$   
 $\text{šed } 14 \text{ až } 18 \text{ stn}$

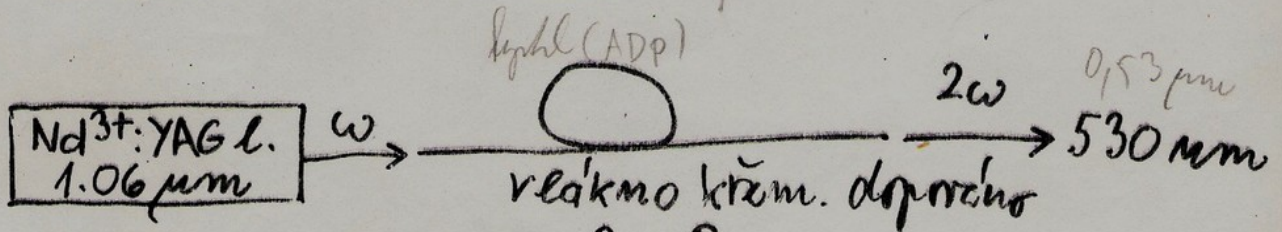
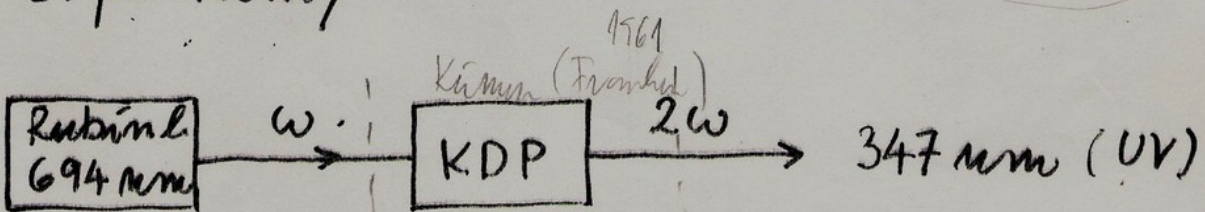


$$\Delta k \neq 0$$



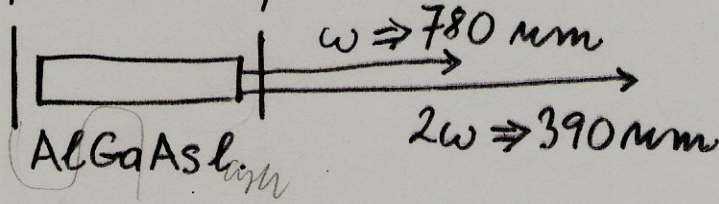
implicitní  
 řešení ve tvaru  
 Jacobiho  
 eliptických  
 integrálů  
 (šupina)

### Experimenty

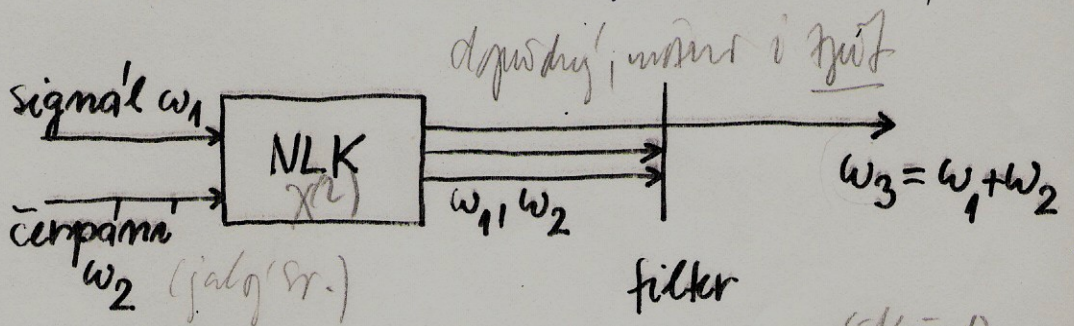


křem. Halbur - an. dopr.  $X^{(2)} = 0$ , indukce 2. a 3. ř. atomů

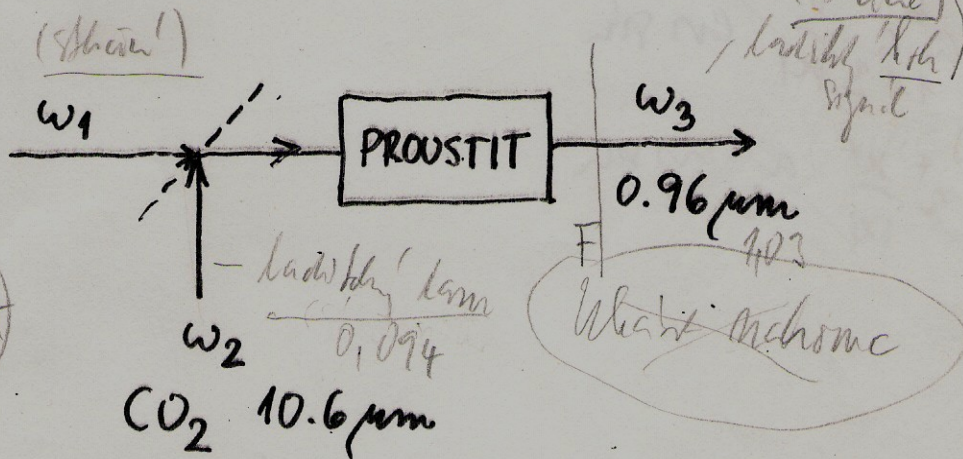
polovodičový laser



## FREKVENČNÍ KONVERTOR



Nd<sup>3+</sup>:YAG  
1.06 μm



0,94  
Z  
A → a  
P<sub>int</sub> = 7

silná čerpání  $\hat{a}_2 \rightarrow \alpha_2$

Handwritten notes: "vyradi. e - iωt - indukčian' pnis", "e - iωt", "χ = gα₂"

$$\hat{H}_{int} = -\hbar g \hat{a}_1 \alpha_2 \hat{a}_3^\dagger - \hbar g^* \hat{a}_1^\dagger \alpha_2^* \hat{a}_3$$

Handwritten notes: "P<sub>int</sub> = \hbar g \hat{a}\_1 \alpha\_2 e^{i(\omega\_1 + \omega\_2)t} + h.c.", "χ ~ e^{iΔkz}, χ^\* = iΔkχ^\*", "Δk = 0"

$$\hat{a}_1 = i\chi^* \hat{a}_3, \quad \hat{a}_3 = i\chi \hat{a}_1$$

$$\ddot{\hat{a}}_1 = i\chi^* \dot{\hat{a}}_3 = -|\chi|^2 \hat{a}_1 + \chi^* (i\Delta k) \hat{a}_3$$

Handwritten notes: "m₁(t) + m₃(t) = m₁(0) + m₃(0)", "Δk = 0"

$$m_1(t) + m_3(t) = m_1(0) + m_3(0)$$

$$t = -\frac{t}{\nu}$$

$$\hat{a}_1(t) = \hat{C}_1 e^{i|x|t} + \hat{C}_2 e^{-i|x|t}$$

$$\hat{a}_1(0) = \hat{C}_1 + \hat{C}_2, \quad i|x|^* \hat{a}_3(0) = i|x| \hat{C}_1 - i|x| \hat{C}_2$$

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{a}_1(0)$$

$$\hat{C}_1 = \frac{1}{2} \left[ \hat{a}_1(0) + \frac{|x|^*}{|x|} \hat{a}_3(0) \right]$$

$$\hat{C}_1 - \hat{C}_2 = \frac{|x|^*}{|x|} \hat{a}_3(0)$$

$$\hat{C}_2 = \frac{1}{2} \left[ \hat{a}_1(0) - \frac{|x|^*}{|x|} \hat{a}_3(0) \right]$$

$$\hat{a}_1(t) = \hat{a}_1(0) \cos |x|t + i \hat{a}_3(0) \frac{|x|^*}{|x|} \sin |x|t$$

$$e^{-i\omega_1 t} = e^{-i\omega \frac{z}{v}}$$

$$\hat{a}_3(t) = \hat{a}_3(0) \cos |x|t + i \hat{a}_1(0) \frac{|x|}{|x|} \sin |x|t$$

$-i\omega_3 t$   
 $\frac{d}{dt} \cos |x|t = -|x| \sin |x|t$   
 $\frac{d}{dt} \sin |x|t = |x| \cos |x|t$

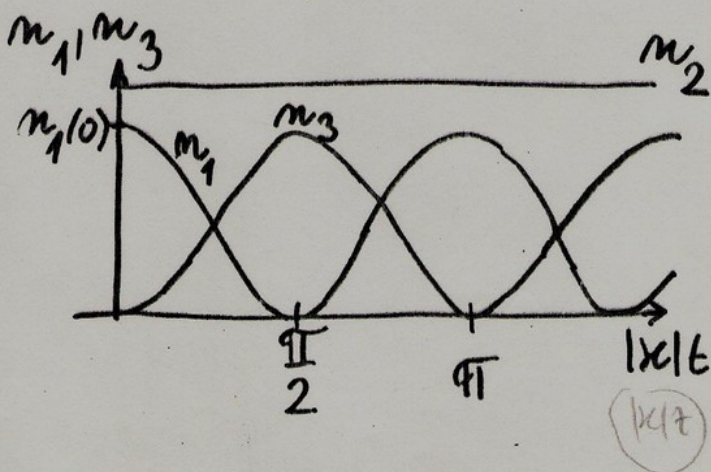
$$[\cos^2 + \sin^2] = 1$$

frekvenci konverze nahoru  $\omega_1 \rightarrow \omega_3$ ,  $\hat{a}_3(0) = 0$

$$m_1(t) = |\hat{a}_1(t)|^2 = |\hat{a}_1(0)|^2 \cos^2 |x|t$$

$$m_3(t) = |\hat{a}_3(t)|^2 = |\hat{a}_1(0)|^2 \sin^2 |x|t$$

$$m_1(t) + m_3(t) = m_1(0)$$



frekvenci 'pocitku'  
 sblizaj, jin  
 postupem

$$t = \frac{z}{v}$$

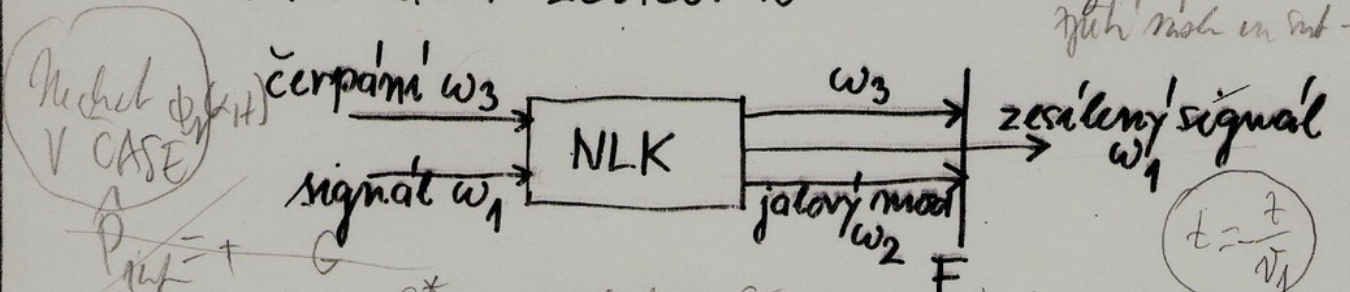
frekvencní konverze <sup>Střihyňa</sup> dolů,  $\omega_3 \rightarrow \omega_1$ ,  $a_1(0) = 0$

~~QSP~~ ~~LAS~~  $n_1(t) = n_3(0) \sin^2 \chi t$ ,  $n_3(t) = n_3(0) \cos^2 \chi t$

Protože v rovnicích jsou jen anihilační operátory, počáteční statistika se zachovává. Lze frekvencně ladit počáteční koherentní záření i neklasické záření se stlačnými fluktuacemi vakua. - ladění stlačení vlnky.

### PARAMETRICKÝ ZESILOVAČ

Pauli-Tapoch -  
řítí nash in int - P120



$\hat{H}_{int} = -\hbar g \hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+ \alpha_3 - \hbar g^* \hat{a}_1 \hat{a}_2 \alpha_3^*$  silné čerpání  $\omega_3$   
 $x = g \alpha_3$

$\hat{a}_1 = i x^* \hat{a}_2^+$ ,  $\hat{a}_2 = i x \hat{a}_1^+$  - mění statistiku  
 $\hat{a}_1^+(t) \hat{a}_1(t) - \hat{a}_2^+(t) \hat{a}_2(t) = \hat{n}_1(0) - \hat{n}_2(0)$

(A)  $\ddot{\hat{a}}_1 = |x|^2 \hat{a}_1$ , synchron. fáze  $g$  reálné,  $\alpha_3$  reálné

(A)  $\hat{a}_1(t) = \hat{a}_1(0) \cosh \chi t + i \hat{a}_2^+(0) \sinh \chi t$   
 $\hat{a}_2(t) = \hat{a}_2(0) \cosh \chi t + i \hat{a}_1^+(0) \sinh \chi t$

obě  $t=0$ ,  $[\hat{a}_j(t), \hat{a}_l^+(t)] = \delta_{jl} = \cosh^2 \chi t - \sinh^2 \chi t$



střední počet signálových zesílených fotonů

$$\langle \hat{a}_1^\dagger(t) \hat{a}_1(t) \rangle = \langle \hat{n}_1(0) \rangle ch^2 xt + (\langle \hat{n}_2(0) \rangle + 1) sh^2 xt +$$

$$= (\hat{A}_1^\dagger(t) \hat{A}_1(t)) + \frac{i}{2} [\langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger(0) \rangle - \langle \hat{a}_1(0) \hat{a}_2(0) \rangle] sh 2xt$$

při nulové poč. fázi = 0

i při nulovém vstupu  $\langle \hat{n}_1(0) \rangle = \langle \hat{n}_2(0) \rangle = 0$  vzniká  
 superfluorescence  $sh^2 xt$  (spontánní kvantový efekt),  
 která může nastartovat stimulovanou emisi.

Pro velká  $t = \frac{L}{v} \rightarrow \infty$

$$\langle \hat{n}_1(t) \rangle = (\langle \hat{n}_1(0) \rangle + \langle \hat{n}_2(0) \rangle + 1) \frac{e^{-2\kappa t}}{4}$$

nemí saturace

Fotonová statistika zesíleného signálu

kvantová charakteristická funkce

$$C_r(\beta, t) = \langle e^{\beta \hat{a}_1^\dagger(t)} e^{-\beta^* \hat{a}_1(t)} \rangle = \langle e^{-sh^2 xt |\beta|^2 + \beta \alpha^*(t) - \beta^* \alpha(t)} \rangle$$

$$\Phi_r(\alpha, t) = \frac{1}{\pi^2} \int C_r(\beta, t) e^{\alpha \beta^* - \alpha^* \beta} d^2 \beta = \frac{e^{-|\alpha - \alpha(t)|^2}}{\pi sh^2 xt}$$

$|\beta|^2 = sh^2 xt$

$\alpha(t) = e^{-i\omega_1 t} [\alpha_1 ch^2 xt + i \alpha_2^* sh^2 xt]$ , započítáme-li  
 základní oscilace  $e^{-i\omega_1 t}$  a na počátku je koherentní  
 stav  $|\alpha_1, \alpha_2\rangle$ .

K tomu je třeba

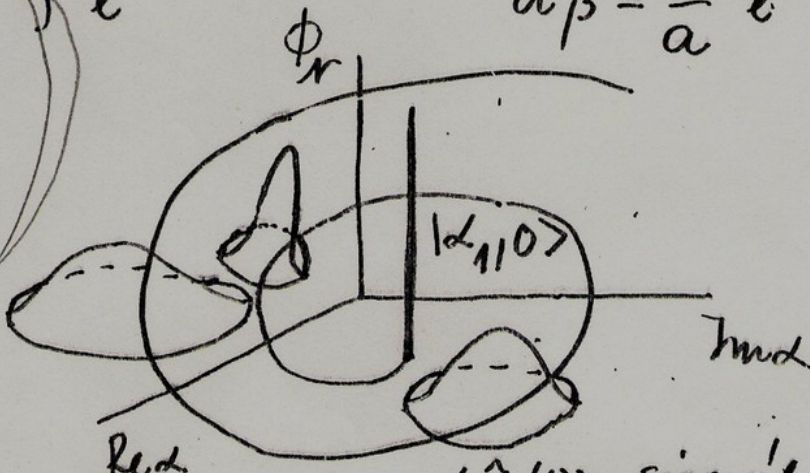
Bakerova-Hausdorffova identita

$$e^{\hat{A} + \hat{B}} = e^{\hat{A}} e^{\hat{B}} e^{-\frac{1}{2}[\hat{A}, \hat{B}]}, \quad [[\hat{A}, \hat{B}], \hat{A}] = 0$$

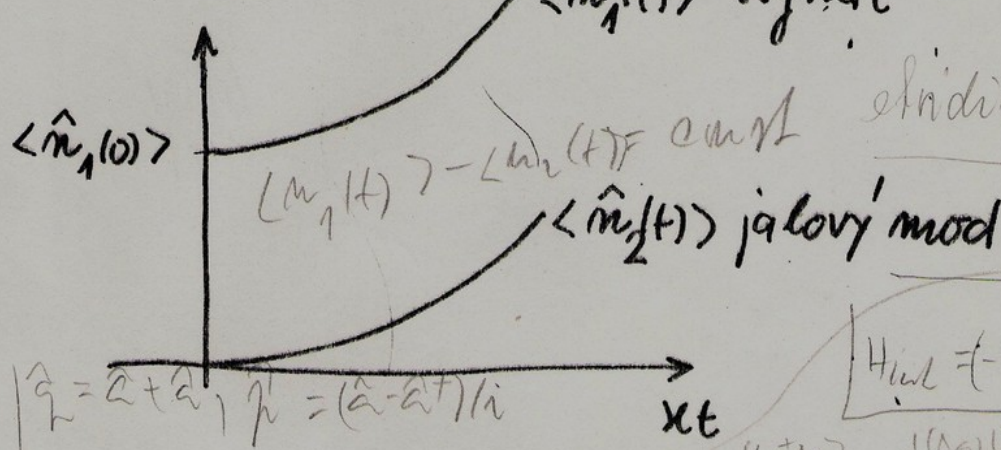
a integrál

$$\int e^{-a|\beta|^2 - \alpha\beta^* + \alpha^*\beta} d^2\beta = \frac{\pi}{a} e^{-\frac{|\alpha|^2}{a}}, \quad \text{Re } a > 0$$

OBR.  
LAB.



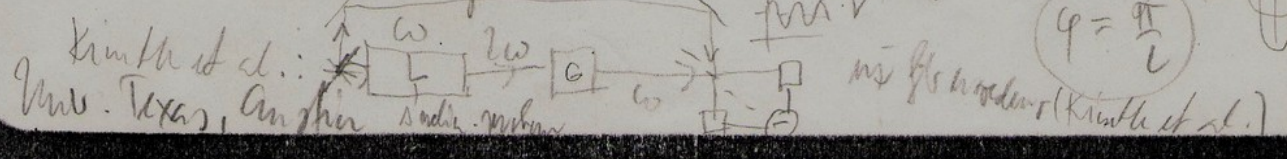
jaťový mód je  
re vakuum  
 $\alpha(t) = e^{-i\omega_1 t} \alpha_1 e^{i\chi_1 t}$



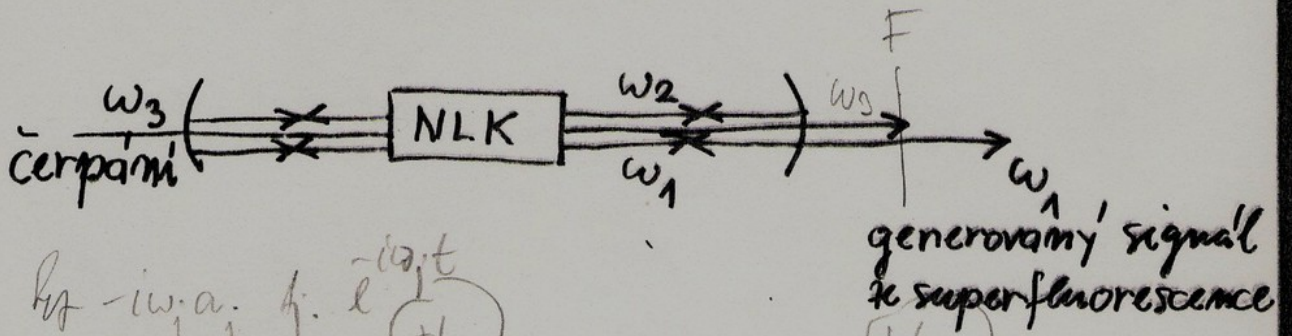
$$|\alpha\rangle = \alpha + \alpha^*, \quad \eta = (\alpha - \alpha^*)/i$$

Hint  $\int e^{-\frac{1}{2}(\alpha - \alpha_0)^2} e^{i\alpha t} d\alpha = e^{-\frac{1}{2}\alpha_0^2} e^{-\frac{1}{2}t^2}$

Desen rovnice:  $a(t) = u(t)a(0) + v(t)a^\dagger(0)$ ,  $m(t) = c \cos \chi t + i$   
 $\sigma(t) = i e^{i\varphi} e^{-i\omega t}$ ,  $(\Delta q)^2 = 1 + 2(\cos^2 \chi - \sin^2 \chi) = e^{-2\chi t}$



# PARAMETRICKÝ GENERÁTOR



(A)  $\dot{\hat{a}}_1 = -\gamma_1 \hat{a}_1 + ix^* \hat{a}_2^+$  (ztráty),  $\dot{\hat{a}}_2 = -\gamma_2 \hat{a}_2 + ix \hat{a}_1^+$  (ztráty),  $x = g\alpha_3^*$

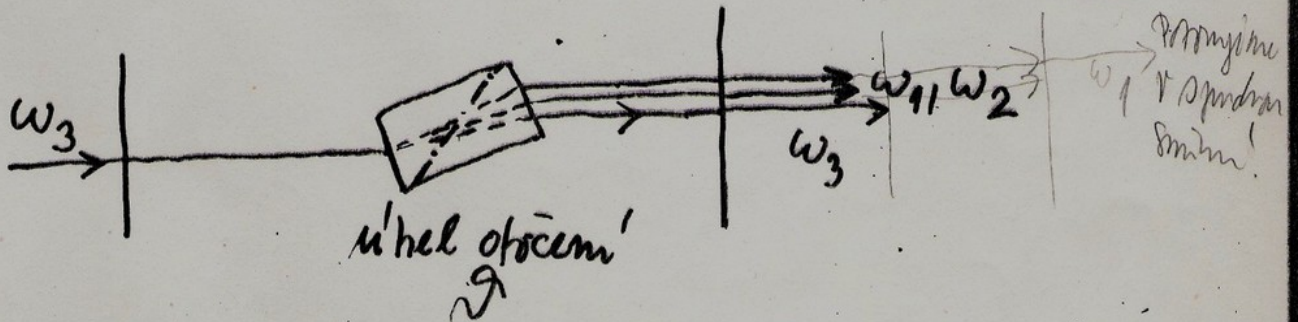
práh generace (oscilace):  $\dot{\hat{a}}_1 = \dot{\hat{a}}_2 = 0$

$\frac{a_1}{a_2^*} = i \frac{x^*}{\gamma_1}$ ,  $\frac{a_1^*}{a_2} = \frac{\gamma_2}{ix^*}$ ,  $i \frac{x^*}{\gamma_1} = i \frac{\gamma_2}{x^*}$

$|x|^2 > \gamma_1 \gamma_2$ ,  $|\alpha_3|^2 > \frac{\gamma_1 \gamma_2}{|g|^2}$

ladění frekvence  
- otáčením krystalu

rozhodnutí  
s mřížkou  
a profilmem  
NL roztok



2 - 4. čerpání: harmonická Nd:YAG  $\lambda = 1,06$  na  $0,266 \mu\text{m}$   
ADP,  $100 \text{ kW} / 2 \text{ ns}$ ,  $\eta = 25\%$

$0,42 - 0,73 \mu\text{m}$

3 - 2. harm. rubín. l. -  $0,347 \mu\text{m}$   
LiIO<sub>3</sub>,  $10 \text{ kW} / 5 \text{ ns}$ ,  $8\%$

$0,415 - 2,1 \mu\text{m}$

gener. 130 harmon.  
Ep. - 2. harm. l.  
K<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, ~~Li<sup>+</sup>~~  
61, 24%

1 - 2. harm. Nd:YAG -  $0,532 \mu\text{m}$

LiNbO<sub>3</sub>,  $0,1 - 10 \text{ kW} / 200 \text{ ns}$ ,  $45\%$

$0,55 - 3,65 \mu\text{m}$

$\omega_3 \rightarrow \omega_1, \omega_2$  jalový

$$m_3 \omega_3 = m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2$$

$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \Delta\omega_1 = -\Delta\omega_2, m_3 \omega_3 = m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2$

čty. sledim' je stla. dle toho

$\omega_3$  - první čerpání, mávná matrice o  $\mathcal{J}$ : mávná

$m_3 = m_{30} + \Delta m_3$  matrice má lipoz  $m_e$

mávná frekvencí  $\omega_1, \omega_2$ :  $\Delta m_{1,2} = \frac{\partial m_{1,2}}{\partial \omega} \Delta \omega_{1,2}$

$\omega_{1,2} = \omega_{10,20} + \Delta \omega_{1,2}$  řádné svazky  $\omega = \omega_{10,20}$   
 $m_0$  na  $\mathcal{J}$  uzavřeno

$$\omega_1 (n_1 - n_2) = \omega_3 (n_3 - n_2)$$

$$\omega_3 n_3 = \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2$$

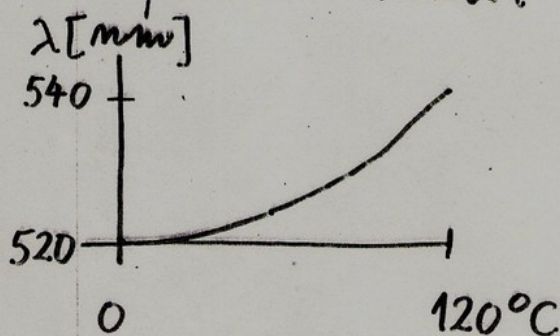
$\omega_3 - \omega_1$

$$(\omega_{10} + \Delta\omega_1) \left[ n_{10} + \frac{\partial n_1}{\partial \omega_1} \Delta\omega_1 - n_{20} + \frac{\partial n_2}{\partial \omega_2} \Delta\omega_1 \right] =$$

$$= \omega_3 \left[ n_{30} + \Delta n_3 - n_{20} + \frac{\partial n_2}{\partial \omega_2} \Delta\omega_1 \right]$$

$$\Delta\omega_1 = \frac{\omega_3 \Delta n_3 \rightarrow \text{elipsy } n_{3e}}{\omega_{10} \left( \frac{\partial n_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial n_2}{\partial \omega_2} \right) - \omega_3 \frac{\partial n_2}{\partial \omega_2} + n_{10} - n_{20}}$$

- křivka závislost  $n$  (podobná analýza)



- změna tlaku, elektrického pole, atd.

započeti saturace - <sup>spol. + št. ml. brnka</sup> <sup>resp. l. brnka. charakter v. r. ml. ml. ml.</sup>

$$P_3^{(a)} \sim \langle i | \hat{a}_3^+ \hat{a}_2 \hat{a}_1 \hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+ \hat{a}_3 | i \rangle \approx (n_1+1)(n_2+1)n_3$$

$$P_3^{(e)} \sim \langle i | \hat{a}_3 \hat{a}_2^+ \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3^+ | i \rangle \approx n_1 n_2 (n_3+1)$$

$$P_1^{(e)} \approx (n_1+1)(n_2+1)n_3$$

$$P_1^{(a)} \approx n_1 n_2 (n_3+1)$$

bez kontaktu modu

$\frac{d}{dt}$

$$\frac{dn_3}{dt} = g [n_1 n_2 (n_3+1) - (n_1+1)(n_2+1)n_3]$$

$n_1 n_2 - (n_1+1)(n_2+1) - n_3$   
 $\text{shod.} \approx n_1 n_2 n_3$   
 $n_1(t) + n_3(t) = n_1(0) + n_3(0)$

$$\frac{dn_3}{dt} = -g n_1 n_2$$

$$n_3(t) = n_3(0) e^{-g n_1 t}$$

$$n_1(t) = n_1(0) (1 - e^{-g n_1 t})$$

$$\frac{dn_1}{dt} = - \frac{dn_3}{dt}$$

$$n_1 = n_2 = 0 \quad \frac{dn_3}{dt} = - \frac{dn_1}{dt} = -g n_3$$

$$n_3(t) = n_3(0) e^{-g t} \quad , \quad n_1(t) = n_3(0) (1 - e^{-g t})$$

$$n_1, n_2 \gg 1$$

$$n_2 = 0$$

$$n_1 \gg 1$$

$$\frac{dn_1}{dt} = -g n_1 n_2$$

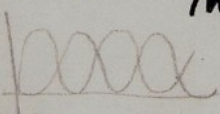
ozvl. i typ. prvok u' modu -  
 - saturace vyjadrenim cipe. modu  
 s. v. m. prvok u' modu

$$\frac{dn_3}{dt} = - \frac{dn_1}{dt} = g [n_1 n_2 (n_3+1) - n_1 n_2 n_3] = g n_1 n_2$$

$$n_1(t) = n_1(0) e^{-g n_2 t} \quad , \quad n_3(t) = n_1(0) (1 - e^{-g n_2 t})$$

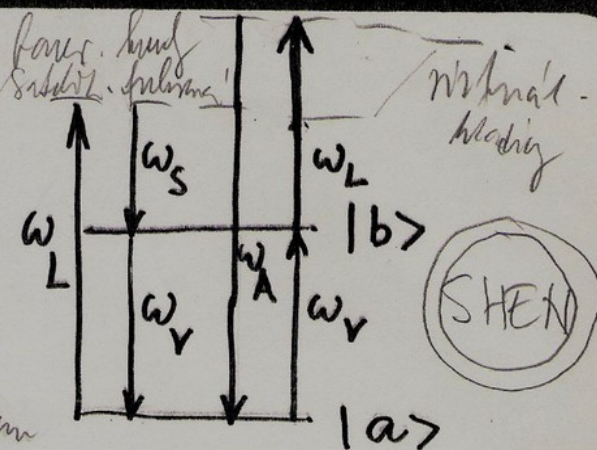
angl. shod. prvok u' modu  $\omega_1 \rightarrow \omega_3$

um  
 periodicky  
 kmitat



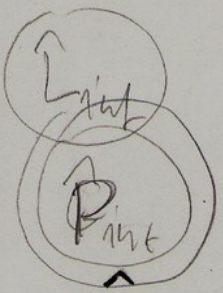
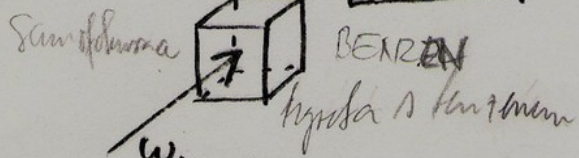
3. úkol

# RAMANŮV ROZPTYL



$\vec{P} = \epsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E}^* + \epsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E}^* + \dots$

$(\omega_L, \omega_S, \omega_V, \omega_A) + c.c.$



$\omega_{S,A} = \omega_L \mp \omega_V$

$\Delta k = 2k_L - k_S - k_A$

$H_{int} = -\hbar g \hat{a}_L \hat{a}_S^\dagger \hat{a}_V^\dagger - \hbar x \hat{a}_L \hat{a}_V \hat{a}_A^\dagger - h.c.$

par. zesilovač, frekv. konvertor

$2\omega_L = \omega_S + \omega_V$

$\hbar g \hat{a}_L \hat{a}_S^\dagger \hat{a}_V^\dagger + \hbar x \hat{a}_L \hat{a}_V \hat{a}_A^\dagger$

3. úkol,  $a_L$  malá

(A)  $\frac{d\hat{a}_S}{dt} = i g \hat{a}_L \hat{a}_V^\dagger, \frac{d\hat{a}_A}{dt} = i x \hat{a}_L \hat{a}_V$

(a)  $\frac{d\hat{a}_L}{dt} = i g^* \hat{a}_S \hat{a}_V + i x \hat{a}_A \hat{a}_V^\dagger, \frac{d\hat{a}_V}{dt} = 0 = -\gamma_V \hat{a}_V + i g \hat{a}_L \hat{a}_S^\dagger + i x \hat{a}_L \hat{a}_A^\dagger$

Zákony zachování (být třeba!)

$\frac{d}{dt} [\hat{m}_L(t) + \hat{m}_S(t) + \hat{m}_A(t)] = 0, \frac{d}{dt} [\hat{m}_V(t) + \hat{m}_A(t) - \hat{m}_S(t)] = 0$

a jejich kombinace (medial  $v \pm = \frac{1}{v}$ )

$\gamma_S a_S \frac{da_S}{dt} = \frac{|g|^2}{\gamma_V v} |a_L|^2 a_S + \frac{g x^*}{\gamma_V v} a_L a_A^* e^{i \Delta k z}$

$\gamma_A a_A \frac{da_A}{dt} = -\frac{|x|^2}{\gamma_V v} |a_L|^2 a_A - \frac{g x^*}{\gamma_V v} a_L a_S^* e^{i \Delta k z}$

Stokesovská interakce ( $x=0$ )

$$a_S(z) = a_S(0) e^{(-\gamma_S + \frac{|g|^2}{\gamma_V} |a_L|^2) z/v_S} \quad \text{stimul.}$$

$\omega = \frac{t}{\tau}$

práh  $\gamma_S = \frac{|g|^2}{\gamma_V} |a_L|^2$ , zesílení  $|a_L|^2 > \frac{\gamma_S \gamma_V}{|g|^2}$ :

analýza parametrů - jmenovky!

Anti-Stokesovská interakce ( $g=0$ )

$$a_A(z) = a_A(0) e^{-(\gamma_A + \frac{|x|^2}{\gamma_V} |a_L|^2) z/v} \quad \text{stimul.}$$

Ajin kluzem!

Spontánní a stimulovaný rozptyl - saturační

$$P_S^{(e)} \sim \langle i | \hat{a}_S \hat{a}_L^+ \hat{a}_V \hat{a}_V^+ \hat{a}_L \hat{a}_S^+ | i \rangle \approx n_L (n_S + 1) (n_V + 1)$$

$$P_S^{(a)} \sim \langle i | \hat{a}_S^+ \hat{a}_L \hat{a}_V^+ \hat{a}_V \hat{a}_L^+ \hat{a}_S | i \rangle \approx (n_L + 1) n_S n_V$$

$$P_A^{(e)} \sim \langle i | \hat{a}_A \hat{a}_L^+ \hat{a}_V \hat{a}_V^+ \hat{a}_L \hat{a}_A^+ | i \rangle \approx (n_A + 1) n_L n_V$$

$$P_A^{(a)} \sim \langle i | \hat{a}_A^+ \hat{a}_L \hat{a}_V \hat{a}_V^+ \hat{a}_L^+ \hat{a}_A | i \rangle \approx n_A (n_L + 1) (n_V + 1)$$

$$n_V = \frac{1}{e^{\frac{\hbar \nu}{kT}} - 1} \approx e^{-\frac{\hbar \nu}{kT}}$$

Planck

Boltzmann

q/w/d/ faraz

malý  $n_V \approx 0$



(d7)  $\frac{dn_S}{dt} = g_S [n_L(n_S+1)(n_V+1) - n_S(n_L+1)n_V]$

$\frac{dn_A}{dt} = g_A [(n_A+1)n_L n_V - n_A(n_L+1)(n_V+1)]$

spontán. rozptyl  $n_S = n_A = 0$

$x=0, n_L + n_S = \text{const.}$   $\frac{dn_L}{dt} = -\frac{dn_S}{dt}$   $n_L(t) + n_S(t) = n_L(0) + n_S(0)$

$\frac{dn_S}{dt} = g_S n_L(n_V+1) = -\frac{dn_L}{dt}$ ,  $n_L(t) = n_L(0)e^{-g_S(n_V+1)t}$

$n_S(t) = n_L(0)(1 - e^{-g_S(n_V+1)t})$

$y=0, n_L + n_A = \text{const.}$

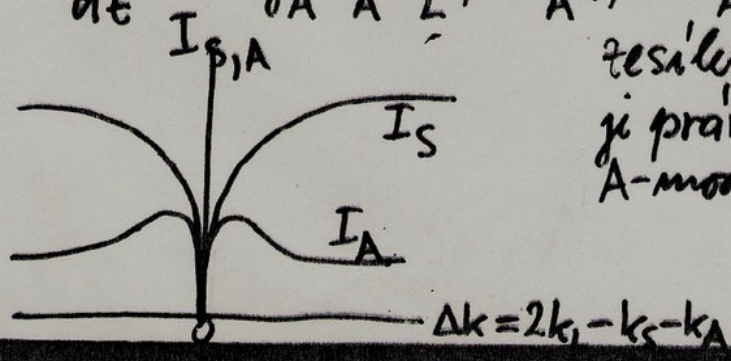
$\frac{dn_A}{dt} = g_A n_L n_V = -\frac{dn_L}{dt}$ ,  $n_L(t) = n_L(0)e^{-g_A n_V t}$

$n_A(t) = n_L(0)(1 - e^{-g_A n_V t})$

stimulovaný rozptyl  $n_L, n_S, n_A \gg 1$

$\frac{dn_S}{dt} = g_S n_L n_S$ ,  $n_S(t) = n_S(0)e^{g_S n_L t}$

$\frac{dn_A}{dt} = -g_A n_A n_L$ ,  $n_A(t) = n_A(0)e^{-g_A n_L t}$

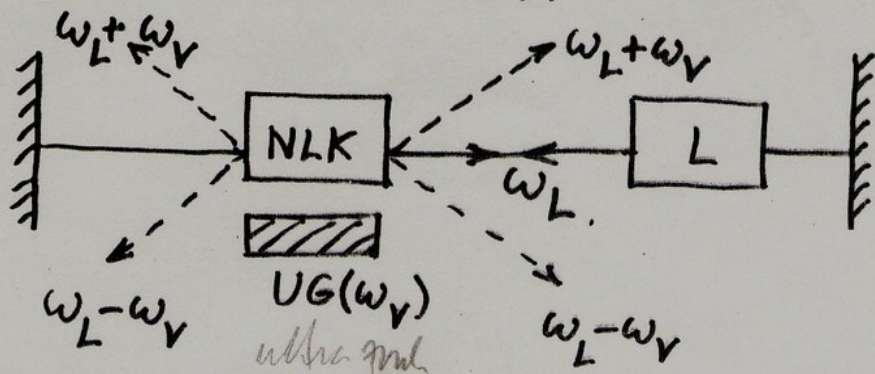


zesílení S-modu při  $\Delta k = 0$   
 je právě kompenzováno klesáním  
 A-modu při započtení SA vazby

poněkud - zřejmě i při  $\Delta k = 0$

$t = \frac{t}{\omega}$

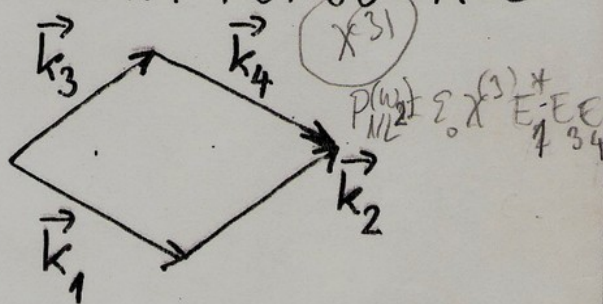
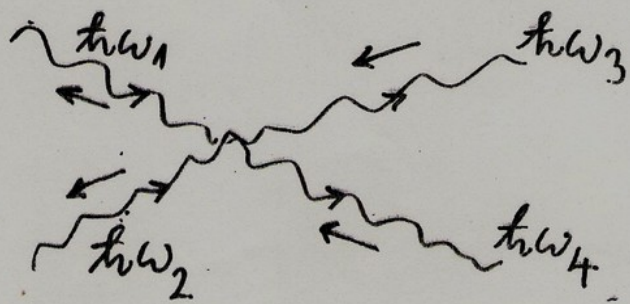
# BRILLOUINŮV ROZPTYL



Doppler - pohyb  
 $10^{10}$  Hz  
 OBR. SVEN

BR vznikne při dopadu krátkého laserového pulsu na akustických vibracích tlakem pulsu vzbuzených  
 Popis stejný jako RR.

## ČTYŘVLNOVÁ INTERAKCE - FÁZOVÁ KONJUGACE



$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \quad , \quad \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4$$

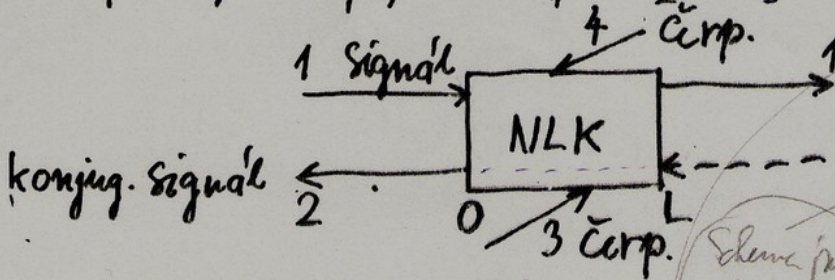
$$\hat{H}_{int} = -\hbar g \underbrace{\hat{a}_1 \hat{a}_2}_{\text{signal}} \underbrace{\hat{a}_3^+ \hat{a}_4^+}_{\text{čerpání}} + h.c.$$

$$\hat{P}_{int} = \hbar g \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3^+ \hat{a}_4^+ + h.c.$$

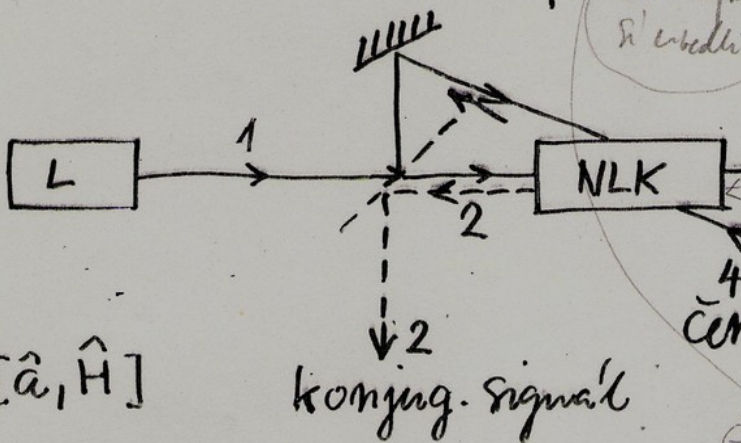
jsou-li čerpání silná,  $\hat{a}_{3,4} \approx \alpha_{3,4} e^{-i\omega_{3,4}t}$  a pro dopředný

rozptyl platí výsledky pro parametrický generátor a zesilovač. - OPT. VLAKNA, skla

zpětný rozptyl ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4$ ) *není problém s divergencí*



1. generace mikrovlnné  
Miller-Strohner et al.



1985, Bell. Lab.,  
signál kont. 50/50  
2. Dopředný úspěl  
v gwe. účinnosti,  
37% účinnosti  
Sturman et al.  
Mjehornat

$$i\hbar \frac{d\hat{a}}{dt} = [\hat{a}, \hat{H}]$$

(A)

$$\frac{d}{dt} \hat{a}_1 = i\kappa \hat{a}_2^\dagger, \quad \hat{a}_2 = -i\kappa \hat{a}_1^\dagger, \quad \kappa = g \alpha_3 \alpha_4 / \nu$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \hat{a}_1 = -|\kappa|^2 \hat{a}_1, \quad \hat{a}_1(t) = \hat{C}_1 e^{i|\kappa|t} + \hat{C}_2 e^{-i|\kappa|t}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ i|\kappa| & -i|\kappa| \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ i|\kappa| & -i|\kappa| \end{vmatrix}$$

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{a}_1(0), \quad i|\kappa| \hat{C}_1 e^{i|\kappa|L} - i|\kappa| \hat{C}_2 e^{-i|\kappa|L} = i\kappa \hat{a}_2^\dagger(L)$$

$$\hat{a}_1(t) = \frac{1}{\cos|\kappa|L} \left[ \hat{a}_1(0) \cos|\kappa|(t-L) + i \frac{\kappa}{|\kappa|} \hat{a}_2^\dagger(L) \sin|\kappa|t \right]$$

$1 \leftarrow t \leftarrow L, \quad t \leftarrow L - t, \quad 0 \leftarrow L$

Wahid  
Shayq  
problem.

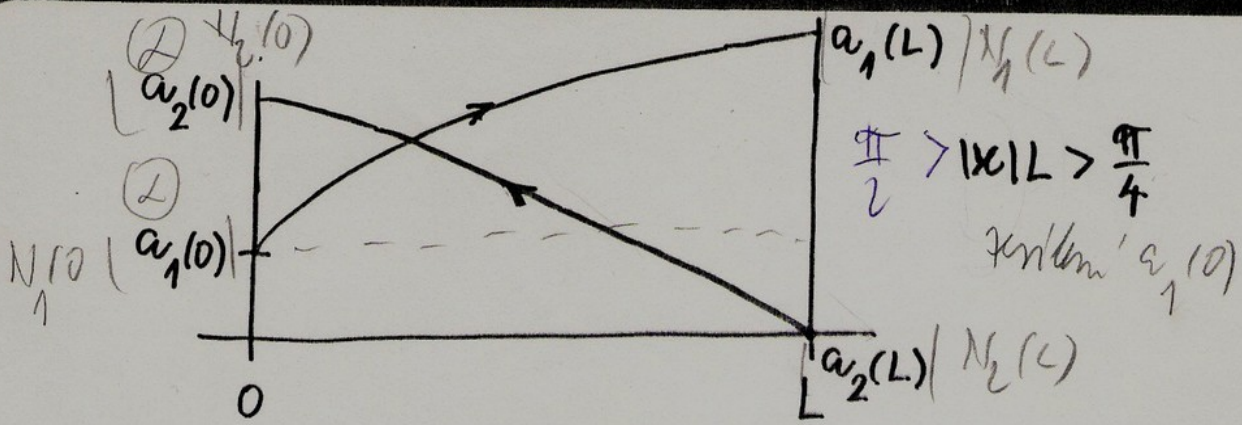
$$\hat{a}_2(t) = \frac{1}{\cos|\kappa|L} \left[ \hat{a}_2(L) \cos|\kappa|t - i \frac{\kappa}{|\kappa|} \hat{a}_1^\dagger(0) \sin|\kappa|(t-L) \right]$$

$|\kappa|L = \omega \tau - \text{some } \tau$

$$\hat{a}_2(L) = 0, \text{ svazek prošlý } \hat{a}_1(L) = \frac{\hat{a}_1(0)}{\cos|\kappa|L}, \quad |\hat{a}_1(L)| \geq |\hat{a}_1(0)|$$

$$\text{svazek odražený } \hat{a}_2(0) = i \frac{\kappa}{|\kappa|} \hat{a}_1^\dagger(0) \tan|\kappa|L$$

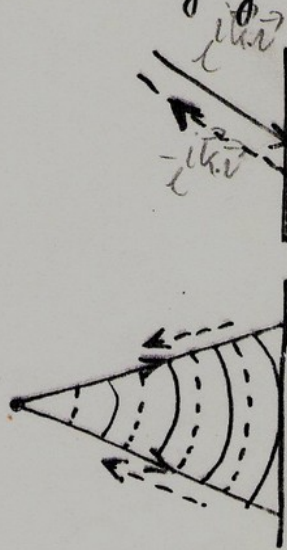
$$|\hat{a}_2(0)| \geq |\hat{a}_1(0)|$$



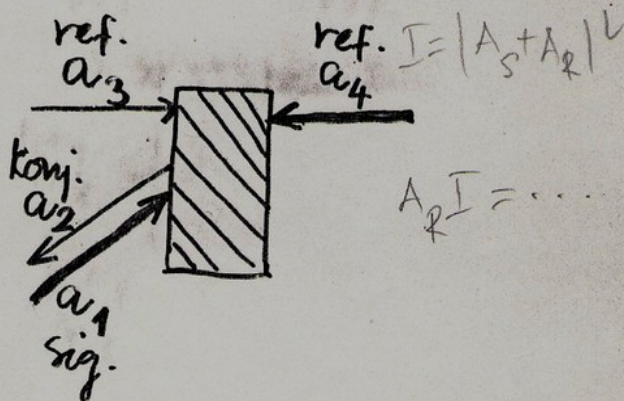
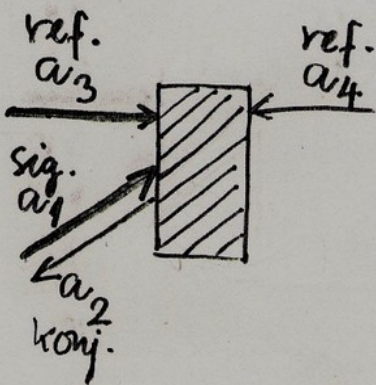
normální zrcadlo



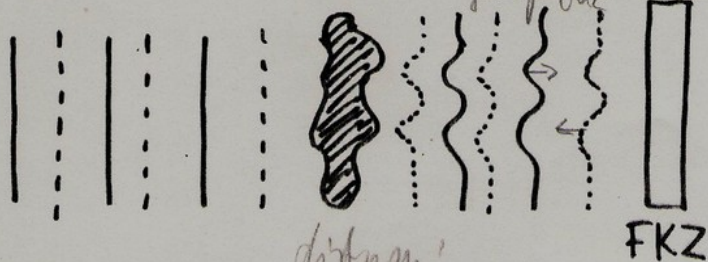
fázově konjug. zrcadlo



dynamická holografie (v. mult. čim)



adaptivní optika



Oh.  
Pp. Tod.  
4 Shen

$$v_2 - v_1 = \int_1^2 E \, dl$$

KERRŮV EFEKT

$n = n_0 + n_2 |\vec{E}|^2$ , vede k samoohravným svazkům

$$v = \frac{c}{n}$$

$$n_2 \text{ [m}^2/\text{V}^2\text{]}$$

sklo

$$10^{-20}$$

jsou potřebné vysoké výkonové pulsní lasery

dopované sklo

$$10^{-14}$$

organické látky

$$10^{-17} - 10^{-15}$$

polovodiče

$$10^{-16} - 10^{-8}$$

je-li  $n_2 > 0$ , nastává samofokuzace laserového svazku, pro  $n_2 < 0$  samodefokuzace rovnice šíření

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (n_0 + n_2 |\vec{E}|^2) \vec{E} = 0 \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow (-i\omega)^2$$

v adiabatické aproximaci ve směru z do 3. řádu

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = i \frac{n_0 n_2 \omega^2}{k c^2} |\vec{E}|^2 \vec{E}$$

s řešením

$$\vec{E}(z) = \vec{E}(0) e^{i \frac{n_0 n_2 \omega^2}{kc^2} |\vec{E}(0)|^2 z}$$

Samomodulace svazku

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega n}{c}$$

neboť  $\vec{E}^*(z) \vec{E}(z) = \vec{E}^*(0) \vec{E}(0)$

STATISTIKA FOT. SE NEMĚNÍ!

kvantový popis

$$\hat{p}_{int} = \hbar g \hat{a}^\dagger \hat{a}^2$$

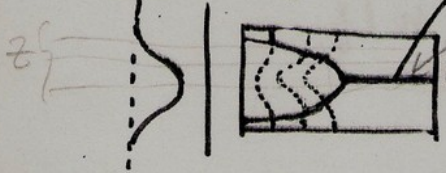
$$\frac{d}{dt} \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = 0$$

$$\hat{H}_{int} = -\hbar g \hat{a}^\dagger \hat{a}^2$$

$$\hat{a} = 2ig \hat{a}^\dagger \hat{a}^2, \hat{a}(t) = \hat{a}(0) e^{2igt \hat{a}^\dagger \hat{a}}$$

$$\hat{p}_{int} = \hbar g \hat{a}^\dagger \hat{a}^2$$

Samozachycení (difrakce kompenz. nelinearit.)



při  $n_2 < 0$  samodefokuzace

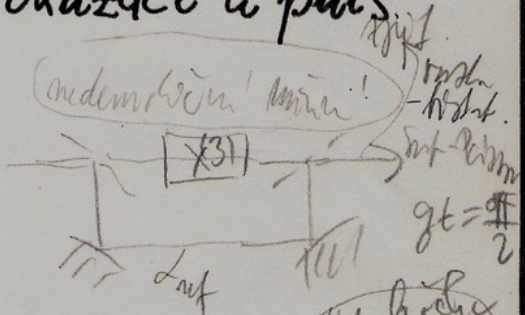
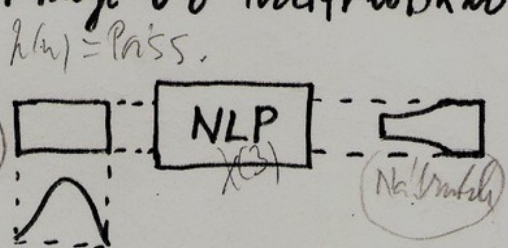
světlo se stáhne, despektiva protáhne

Obr. SHEN

je-li laser. puls širší než odezvoový čas přívrustku  $\Delta n \approx n - n_0 = n_2 |\vec{E}|^2$ , efekt je okamžitý a nastává kvazistacionární samodefokuzace;

je-li šířka pulsu srovnatelná nebo menší než odezva  $\Delta n$ , nastává přechodová samodefokuzace a puls se transformuje do matričky

SHRNUTÍ  
na hraně  
+ (9,47)



Pole je ověřeno v rámci stan

$$H = \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} - \hbar g \hat{a}^\dagger \hat{a}^2$$

$$|k(t)\rangle = e^{-\frac{1}{2} |\alpha(t)|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha(t))^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle e^{igt n(n-1)}$$

$$|n\rangle \langle n| = \frac{1}{n!} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} \right)^n e^{-\alpha \alpha^\dagger} e^{\alpha \alpha^\dagger}$$

ch  $(\Delta \hat{a}^\dagger)^4$  sfanc. (Shen jeh u  $H = \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a}$ )

Samoredušený svazek

KO

Hor.-Vlnit - vlny - vlny -  
redni' vlny (jin' KO).

$$\Delta E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\mu_0 \omega^2 P^{(NL)}(\omega) e^{-i\omega t}, \text{ aprox. monochrom.}$$

$$\Delta E(\omega) + k^2 E(\omega) = -\mu_0 \omega^2 P^{(NL)}(\omega), \text{ aprox. rovinn. vlny}$$

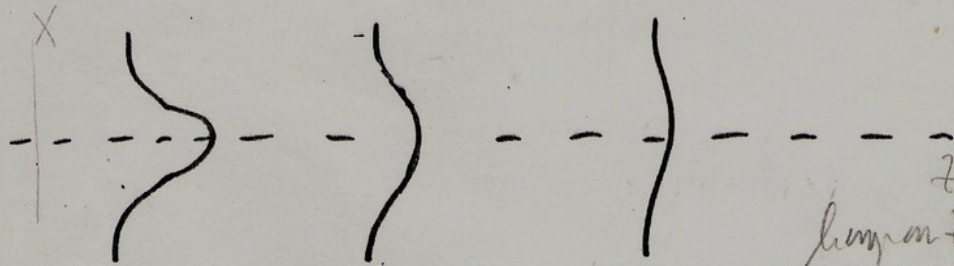
$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial E}{\partial z} = -\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \chi^{(3)} |E|^2 E \quad \frac{i\gamma k^2 \chi^{(3)}}{k} \frac{k^2 \chi^{(3)}}{2} =$$

$$\left[ \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + k^2 \chi^{(3)} |E|^2 E = -2ik \frac{\partial E}{\partial z} \right. \text{ melin. Schrödinger. r.}$$

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{2}{\chi^{(3)}}} \frac{1}{kW} e^{+ \frac{i z}{2kW} + iLz} \operatorname{sech}\left(\frac{x}{W}\right)$$

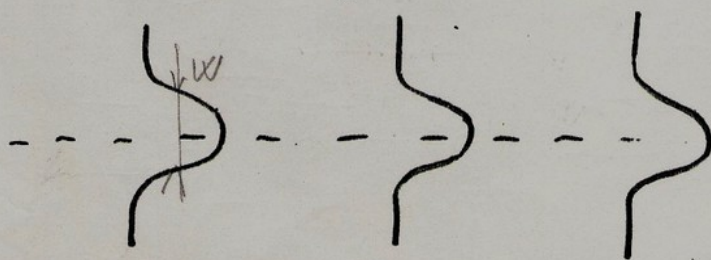
W - konstanta  $W = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2}{\chi^{(3)}}}$   $x=W$   $\frac{2}{L+W} \approx 0,7$

Gaussovský svazek v lineár. prostředí se rozplývá



komponenty difrakce

v nelineárním (Kerrově) prostředí se sám vede



komponenty difrakce melin.  
Ker. efektum

Prostir. soliton

**OBP.**

# SOLITONY (ps)

Pulz - krátký - dlouhý

$$\Delta E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 p(NL)}{\partial t^2} \approx \gamma' |E|^2 E$$

střed. p. (h)  $\sim \chi^{(3)}$

$$\left[ 2ik \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \right] = (k^2 + \gamma' |E|^2) E \approx \gamma' |E|^2 E$$

$$\gamma = \frac{\gamma'}{2k}, \quad \alpha = v \pm \sqrt{2k}$$

$\omega \lambda = v$

nelineární Schrödingerova r.

$\gamma \sim \chi^{(3)}$

Komplexní doplněk

$$\text{málokdy se mění} \quad \frac{\partial E}{\partial z^2} + \gamma |E|^2 E = i \frac{\partial E}{\partial z}$$

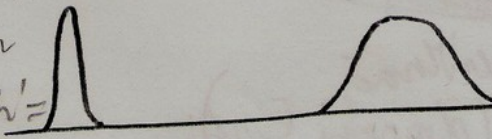
málokdy se mění  $\omega$   $\chi^{(3)}$   $\chi^{(3)}$

$$\text{konjugovaný} \quad E(z, \alpha) = \text{sech} \sqrt{\frac{\gamma'}{2}} \alpha e^{-i \frac{\gamma' z}{2}}$$

$\gamma' \sim \chi^{(3)}$

$a, b, \omega$  - konstanty

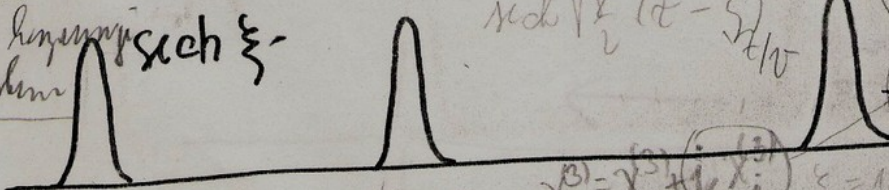
lineární šíření



= SOLITON

lineární šíření

+ šíření se kompenzuje sech  $\xi$



Solitony - kompenzace  $\chi^{(3)}$  + šíření  $\chi^{(3)}$

Odporové šíření  $\chi^{(3)}$

$$E_0 \text{ sech} \sqrt{\frac{\gamma'}{2}} (\alpha - \frac{z}{v}) e^{-i \frac{\gamma' z}{2}}$$

paralelní šíření  $\chi^{(3)}$

frekvence  $\chi^{(3)}$

šíření  $\chi^{(3)}$

$$-i \frac{\gamma' z}{2}$$

$$|E(z, \alpha)|^2 = \text{sech}^2 \sqrt{\frac{\gamma'}{2}} \alpha$$

šíření  $\chi^{(3)}$

1992

9000 km bez  $\chi^{(3)}$   
2015 km  $\chi^{(3)}$  10 Gb/s  
13 km  $\chi^{(3)}$  20 Gb/s

$\eta = 0,75$   $\chi^{(3)}$   $\chi^{(3)}$   $\chi^{(3)}$

$$\text{sech} \sqrt{\frac{\gamma'}{2}} (\alpha - \frac{z}{v})$$

9 km  $\chi^{(3)}$

na ústí  $\chi^{(3)}$

10 km  $\chi^{(3)}$



# AUTOINDUKOVANÁ TRANSPARENCE

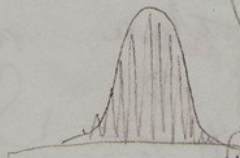
(Hach) Larry

Maxwellovy rovnice pro pole a Blochovy rovnice pro látku umožňují odvodit pro plochu pulsu  $\theta$  pro  $\hat{S}_{ab}$

$$\theta = \frac{P}{\hbar \omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}(z, t) dt$$

"Area under pulse" (Vlna o ploše pulsu)

rovnici  $t \rightarrow \infty$



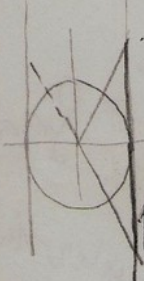
$$\frac{d\theta}{dz} = -\frac{a}{2} \sin \theta$$

McCall-Hahn

P - matic. element dipol. momentu

$\mathcal{E}$  - obálka pulsu

$$E(z, t) = \mathcal{E}(z, t) e^{-i\omega t + ikz}$$



$\theta$

$$\theta = 2\alpha t, \quad \frac{d\theta}{dz} = 0, \quad \text{shk. lat} = 0$$

pro  $\theta$  malá  $a > 0$  máme Beerův zákon

$$\theta^2(z) = \theta^2(0) e^{-az}, \quad z > 0$$

$$x = \frac{1}{\sin \theta}, \quad dx = \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{d\theta}{v}$$

$$\int x \cos^2 \theta dx = \ln|x|$$

$$\ln \left| \frac{\theta}{2} \right| = \ln \left| \frac{\theta_0}{2} \right| - \frac{az}{2}$$

rovnici lze integrovat

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\sin \theta} = -\frac{a}{2} z$$

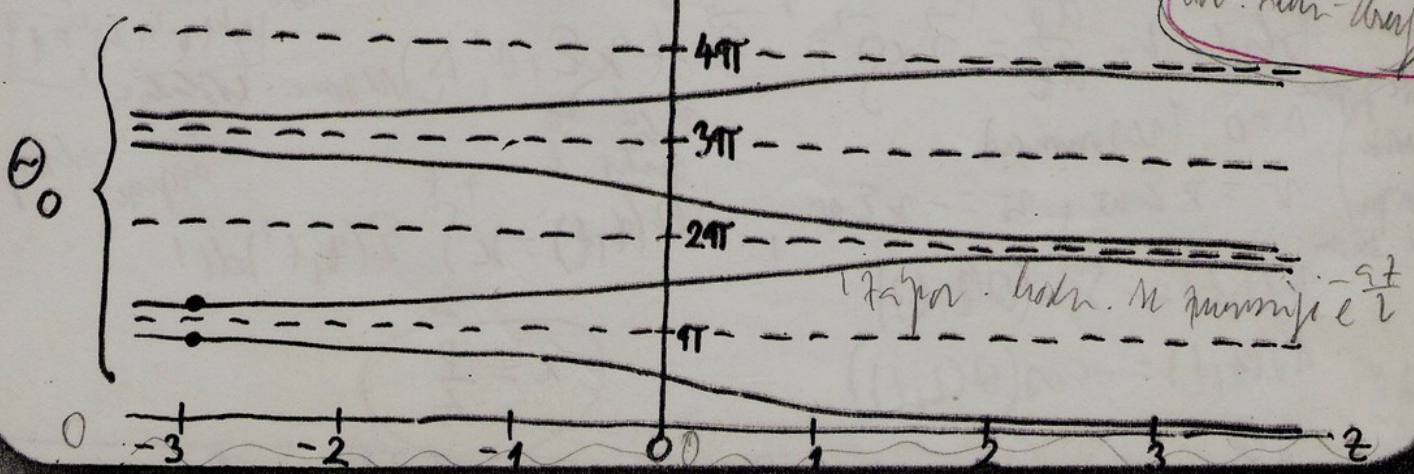
$$\left| \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right| = \left| \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right| e^{-\frac{az}{2}}$$

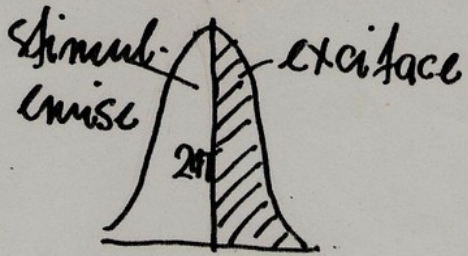
$a < 0$

$a > 0$

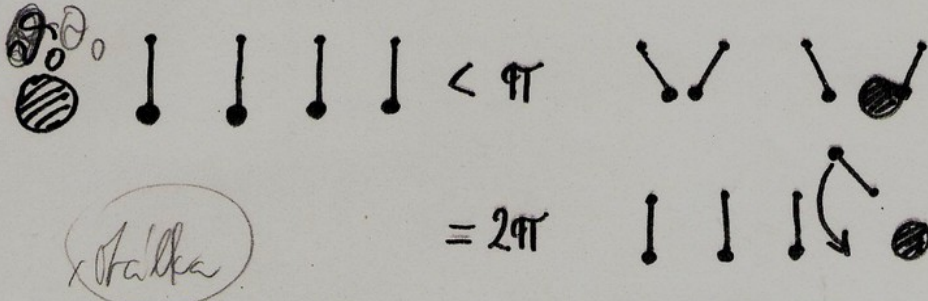
obecný puls  $\rightarrow m \cdot 2\pi$

(Oh. Alan-Shaw)



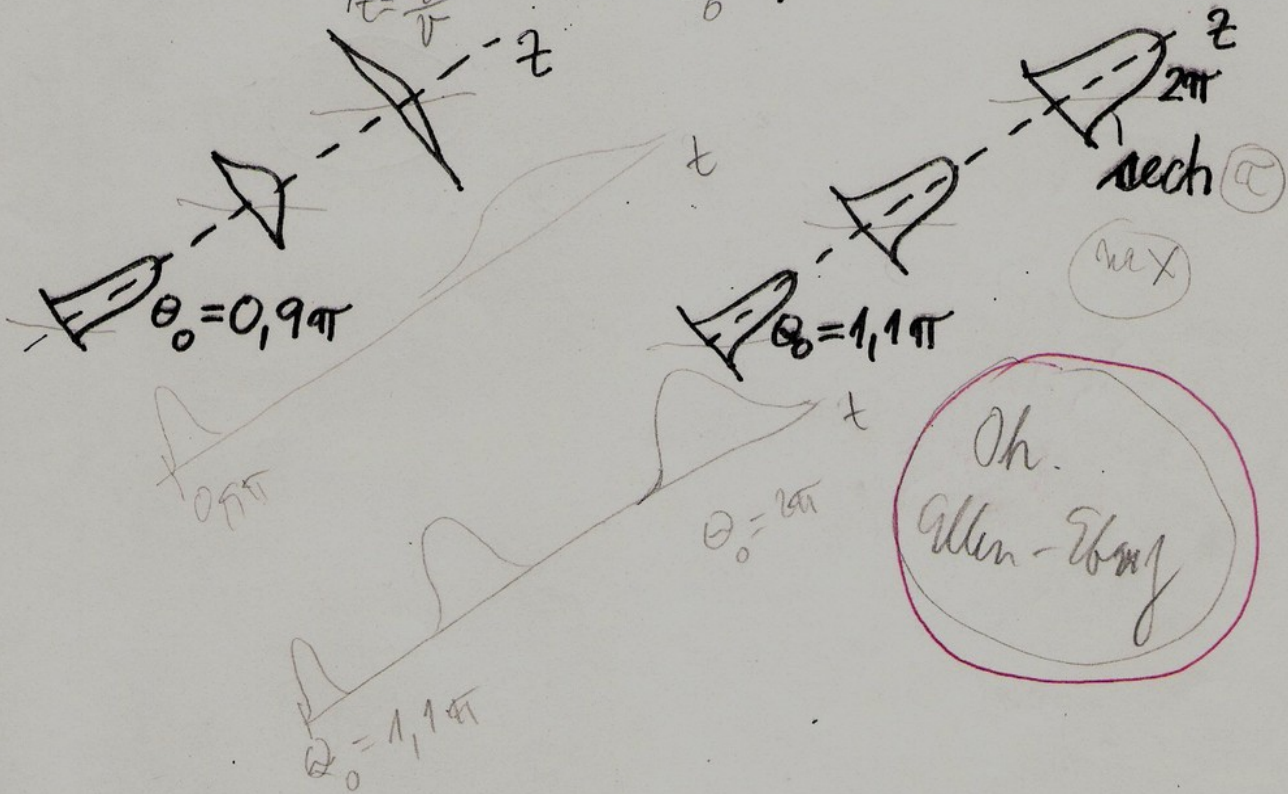


puls se šíří beze změny,  
jmu se zpožďuje - puls tak  
krátký, že se neplatí relaxač. procesy



*střelka*

$$E(z, t) = E_0 \operatorname{sech} \left( \frac{t - z/v}{\tau_0} \right) \text{ z mlin. Schröd. r.}$$



Oh.  
Allen - Eberg

# GENERACE 3. A VYŠŠÍCH HARMONICKÝCH

$$\hat{H}_{int} = -tq \hat{a}_1^k \hat{a}_2^+ - h.c. \quad , \quad g \sim \chi^{(k)}$$

ostatní 'úvahy analogické', účinnost generace s řádem rychle klesá

poměr  $\frac{\chi^{(n+1)}}{\chi^{(n)}} \approx 10^{-3}$

$$P^{(NL)}(\omega) = 3\epsilon_0 \chi^{(3)} |E(\omega)|^2 E(\omega)$$

$$P^{(NL)}(3\omega) = \frac{1}{\epsilon_0} \chi^{(3)} E^3(\omega) \quad , \quad \text{etc.}$$

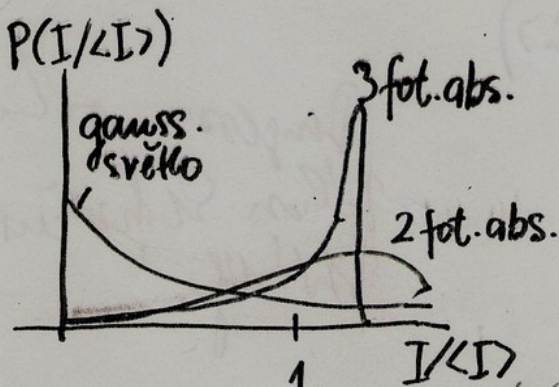
## VÍCFOTONOVÁ ABSORPCE (EMISE)

Winnifred Jones

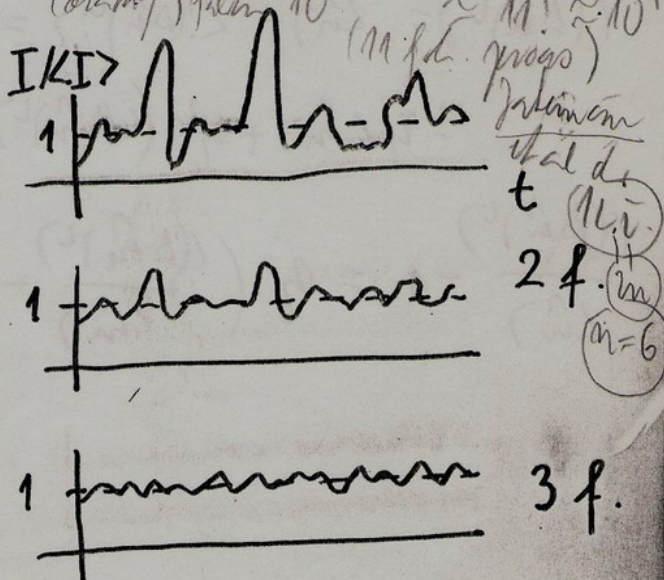
pravděpodobnost  $P^{(m)} \sim \langle I^m \rangle = \begin{cases} \langle I \rangle^m & \text{koherentní pole} \\ m! \langle I \rangle^m & \text{chaotické pole} \end{cases}$

redukuje vysoké intensity, nemění nízké intensity

Zelazny, M. Sanchez, M. Sanchez  
 při rovině  $\chi$ -obraní 100 mod laseru  
 (obraní) faktor  $10^{6.5 \pm 0.5} \sim 10^7$   
 (11 f. progo)

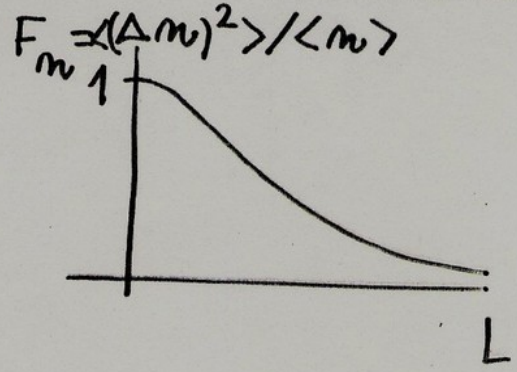


pro větší  $I$  je větší 'proprta',  
 pro větší  $I$  obratěji



Johnston  
 at al d  
 t (11. v.)  
 2 f. (m)  
 (m=6)

blízko fotony se absorbují, což vede k antišlukováni  
fotonů a neklasickému světlu



V analogii k 1 fot. laserům je možno  
vybudovat kromě vícefotonových laserů. Vícefotonová  
emise vede vždy ke zvýšení kvantového šumu, ale  
započítan-li se ztrátové mechanismy, je možné zkom-  
penzovat zvýšení kvantové fluktuace a dosáhnout  
sub-poissonovské generace. To je také možné  
sub-poissonovským <sup>elektron</sup>čerpáním, které vede k anisotro-  
pni fázi a ke generaci světla s definovanou  
fází a poissonovskou (koherentní) nebo sub-poisso-  
novskou fotonovou statistikou.

přechod laser

diode laser

~~Vícefotonový laser nebyl dosud realizován.~~

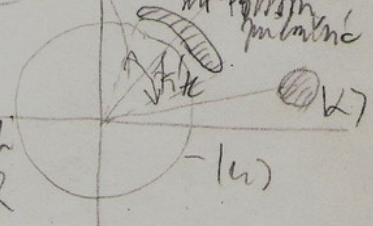
Pfister et al. PRL 86 (2001) 4512

Syphar et al

excited state  
with photon  
injection

Frans-Porter

rehabilitační paliv  
LASER



sub-poisson  $F_m - 1 = \eta(F_m - 1)$  LASER

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = \langle n \rangle + \langle (\Delta n)^2 \rangle = \eta \langle n \rangle + \eta^2 \langle (\Delta n)^2 \rangle = \eta \langle n \rangle + \eta^2 (\langle (\Delta n)^2 \rangle - \langle n \rangle)$$

$\hat{L}_+ = \hat{L}_x + i\hat{L}_y$   $\hat{L}_+ |l, m\rangle = \sqrt{l(l+1) - m(m+1)} |l, m+1\rangle$   $\langle l, m-1 | \hat{L}_+ |l, m\rangle = \sqrt{l(l+1) - m(m-1)}$

**SUPERRADIANCE**

KLASICKÝ STAV  
KVANTOVÝ STAV

ATOM. STAV	ZÁŘ. STAV
DETERM. PROUD (80% klas. di. pole)	DETERM. POLE
ATOM. KOHER. STAV	KOHER. STAV

ideál. laser  
 $\langle k \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi k \sin^2(k) dk = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi k (1 - \cos(2k)) dk = \frac{1}{\pi} [k - \frac{1}{2} \sin(2k)]_0^\pi = \frac{1}{\pi} \pi = 1$

pomocí atomových koherentních stavů (vlastní stavy momentu impulzu)

$I = I_0 (l+m)(l-m+1)$ ,  $N$  atomů,  $I_0$  efekt od jednoho

$l = \frac{n_1 + n_2}{2}$  kooperační číslo

$m = \frac{n_2 - n_1}{2}$ ,  $m = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$  (magnet. č.)

$n_1$  - počet atomů v základ. stavu

$n_2$  - počet atomů ve vzbuzeném stavu

a) všechny atomy jsou vzbuzené

$n_1 = 0, n_2 = N, l = N/2, m = N/2$

$I = NI_0, \langle (\Delta n)^2 \rangle \approx \langle n \rangle (1 + \langle n \rangle)$  spontán. emise

b)  $n_1 = n_2 = N/2, l = N/2, m = 0$  - Dickeho stav

$I \approx I_0 N^2/4, \langle (\Delta n)^2 \rangle \approx \langle n \rangle$ , vazba atomů prostřednictvím

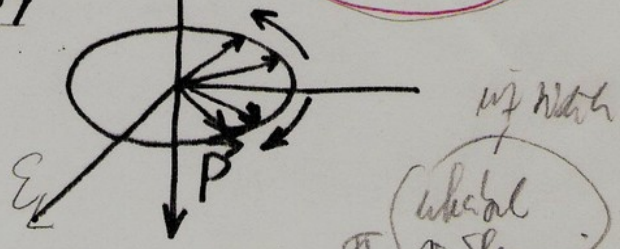
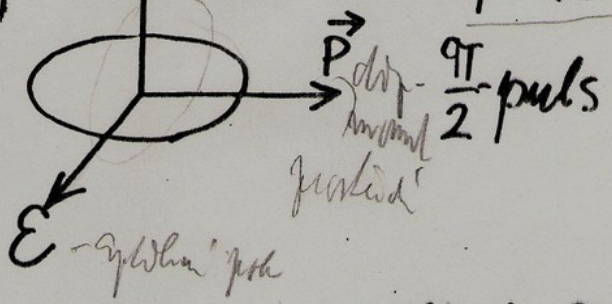
vím dlouh. pole - kooperovaná spont. emise  
superrad. tužkový laser bez rezonátoru  
le obří rozparat od stimul. emise laseru vsde. čer

Velikost  $\approx 2 \cdot 10^{-1} \text{ cm}$   
**FOTONOVÉ ECHO (Otrava)**

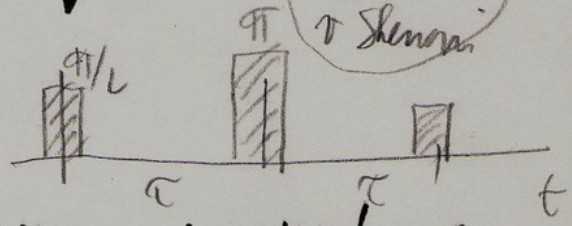
OBR.  
 SKEN

Blah. vlna  
 PRECESE

nehomog. rozšíření  
 spektral. čáry

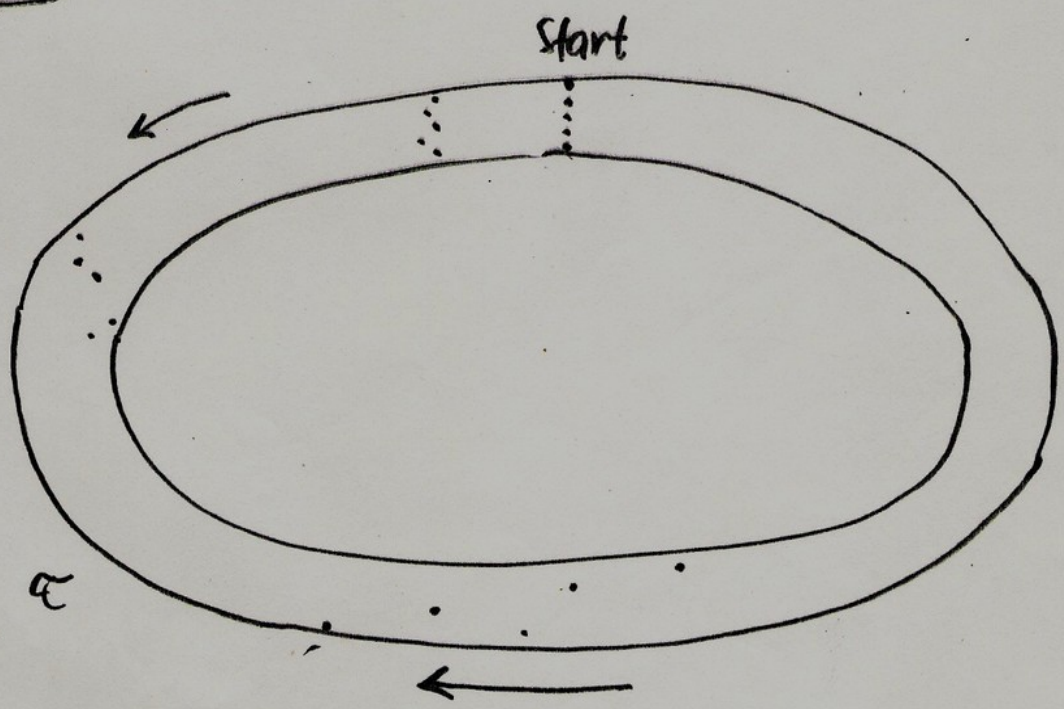


za  $\tau$  sec. aplikuje  $\pi$ -puls



Učítání  
 $\frac{d\hat{P}}{dt} = \hat{S} \times \hat{P}$

za  $\tau$  sec. vznikne gigantický puls -  
 - fotonové echo (Otrava)



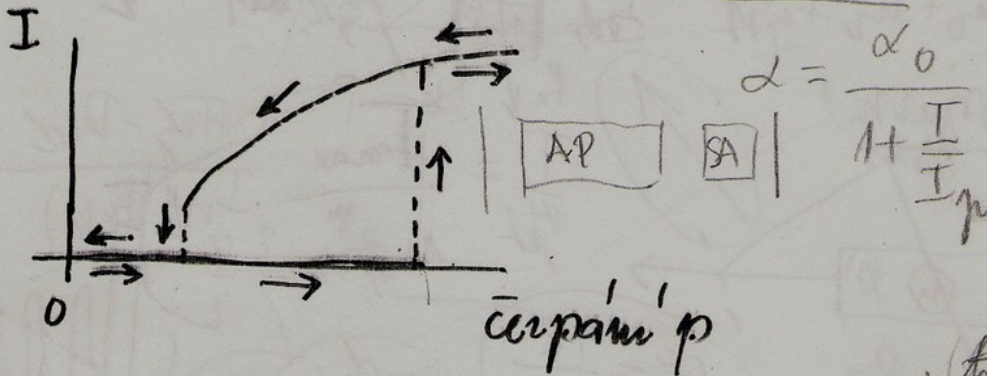
za  $\tau$  sec. během opě výstřel a změna směru

MULTISTAB.  
OPTICKÁ BISTABILITA

Shen, Giles - Lytham (optika)  
F. A. A. S. Lytham

v zásadě absorpční - koef. absorpce závisí na I  
refrakční - index lomu  $n(I)$   
dispersion

laser s prvky se saturovatelnou absorpcí



generace 2. subharmonické  $\text{tg} \alpha_1 \alpha_2^* - c.c. + (\text{tr} \hat{\alpha}_2^* + h.c.)$

