Generace 2. harmonické

$$\omega_1 + \omega_1 = \omega_3$$

$$\hat{M}_1 A_1 = 2i\sigma_1 A_3 A_1^* e^{i\Delta kz}$$
$$\hat{M}_3 A_3 = i\sigma_3 A_1^2 e^{-i\Delta kz}$$

$$\hat{M}_{1,3} = \frac{\partial}{\partial z} + \underbrace{\rho\frac{\partial}{\partial x}}_{\substack{walkoff \\ (anizotropie)}} + \underbrace{\frac{i}{2k_{1,3}}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)}_{\substack{difrakce \\ (fokusace)}} + \underbrace{\frac{1}{v_{g1,3}}\frac{\partial}{\partial t}}_{\substack{pulsy \\ (disp.grup.rych.)}} + \underbrace{ig_{1,3}\frac{\partial^2}{\partial t^2}}_{disperze} + \underbrace{\delta_{1,3}}_{absorpce} + \underbrace{Q_{1,3}(A)}_{nelin.absorpce}$$

$$\sigma_{1,3} = \frac{k_{1,3}}{n_{1,3}^2} d_{eff}\,;\; \delta_{1,3} = \frac{k_{1,3}}{2n_{1,3}^2}\mathrm{Im}\{\varepsilon_0(\omega_{1,3})\},\; g_{1,3} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right)_{\omega=\omega_{1,3}}\;;\; v_{g1,3} = c\left[\frac{\partial\omega}{\partial(n_{1,3}\omega)}\right]_{\omega=\omega_{1,3}}$$

Fázová synchronizace:

$$\Delta k = \Delta k_L + \Delta k_t + \Delta k_{pr} + \Delta k_{fcg}$$

- $\Delta k_L = \left|2\vec{k}_1 - \vec{k}_3\right|_z$ - lineární fázový rozdíl.
- Δk_t - fázový rozdíl způsobený termálními efekty – závisí na teplotních vlastnostech nelineárního krystalu (řeší se rovnice vedení tepla), zdrojem tepla může být lineární i nelineární absorpce.
- Δk_{pr} - fázový rozdíl způsobený fotorefrakcí (zejména v krystalech typu $LiNbO_3$) – lze většinou kompenzovat lineárním fázovým rozdílem, může ale vést také k zabarvení krystalu a následným termálním efektům.
- Δk_{fcg} - fázový rozdíl způsobený generací volných nosičů ve vodivostním pásu zpravidla v důsledku nelineární absorpce – vede k další absorpci na obou frekvencích ($\Rightarrow$ termální efekty) a k fázovému rozdílu (zejména v krystalech typu $LiIO_3$)

Efektivní délky (pro $L \ll L_{eff}$ lze člen zanedbat)

- [2. člen] aperturní délka: $L_a = d_0 / \rho$
- [4. člen] délka kvazistatická interakce: $L_{qs} = \tau_p \big/ \left(v_{g1}^{-1} - v_{g3}^{-1}\right)$
- [3. člen] difrakční délka: $L_{dif} = kd_0^2$
- [5. člen] délka disperzního rozšíření: $L_{ds} = \tau_p^2 \big/ g$
- délka nelineární interakce: $L_{NL} = 1/\sigma A_1(0)$

Generace 2. harmonické

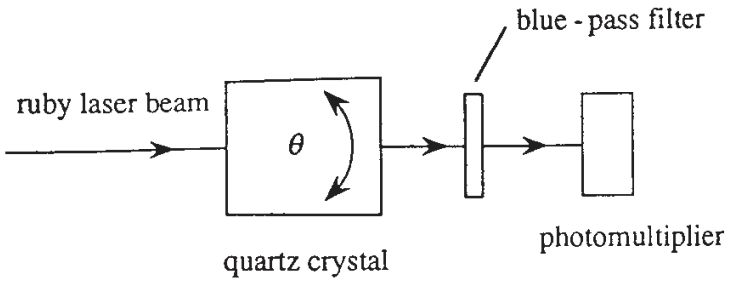
V aproximaci rovinných vln ($L<L_{NL}$, všechny $L_{eff} \to \infty$):
(zanedbáváme difrakci, anizotropii, disperzi grupových rychlostí a rozšíření pulzů v důsledku disperze, teplotní efekty, lineární i nelineární absorpci)

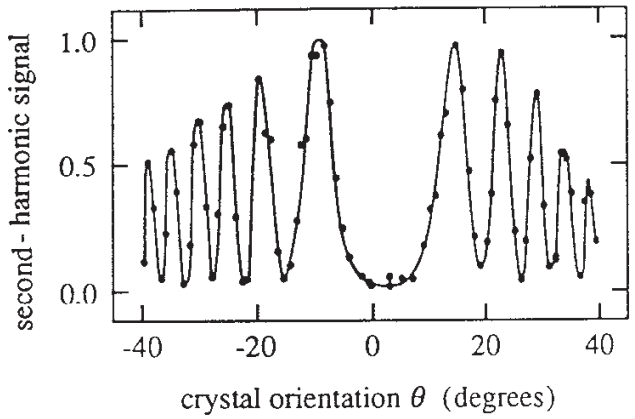
Můžeme-li navíc zanedbat saturaci čerpacího svazku ω_1 (aproximace konstantního pole):

Efektivita procesu: $\eta = \dfrac{P_3}{P_1} = \dfrac{2\pi^2 d_{eff}^2 L^2 P_1}{\varepsilon_0 c n_1^2 n_3 \lambda_3^2 A} \dfrac{\sin^2\left(|\Delta k| L/2\right)}{\left(|\Delta k| L/2\right)^2}$

- L – délka krystalu
- P_1 / A - intenzita čerpání
- Δk - fázový rozdíl („phase mismatch“)

Maker et al. (1962)
Natáčením krystalu se mění L
Δk je přibližně konstantní





Generace 2. harmonické

Pokud nelze zanedbat saturaci čerpacího svazku ω_1 (nelineární režim):

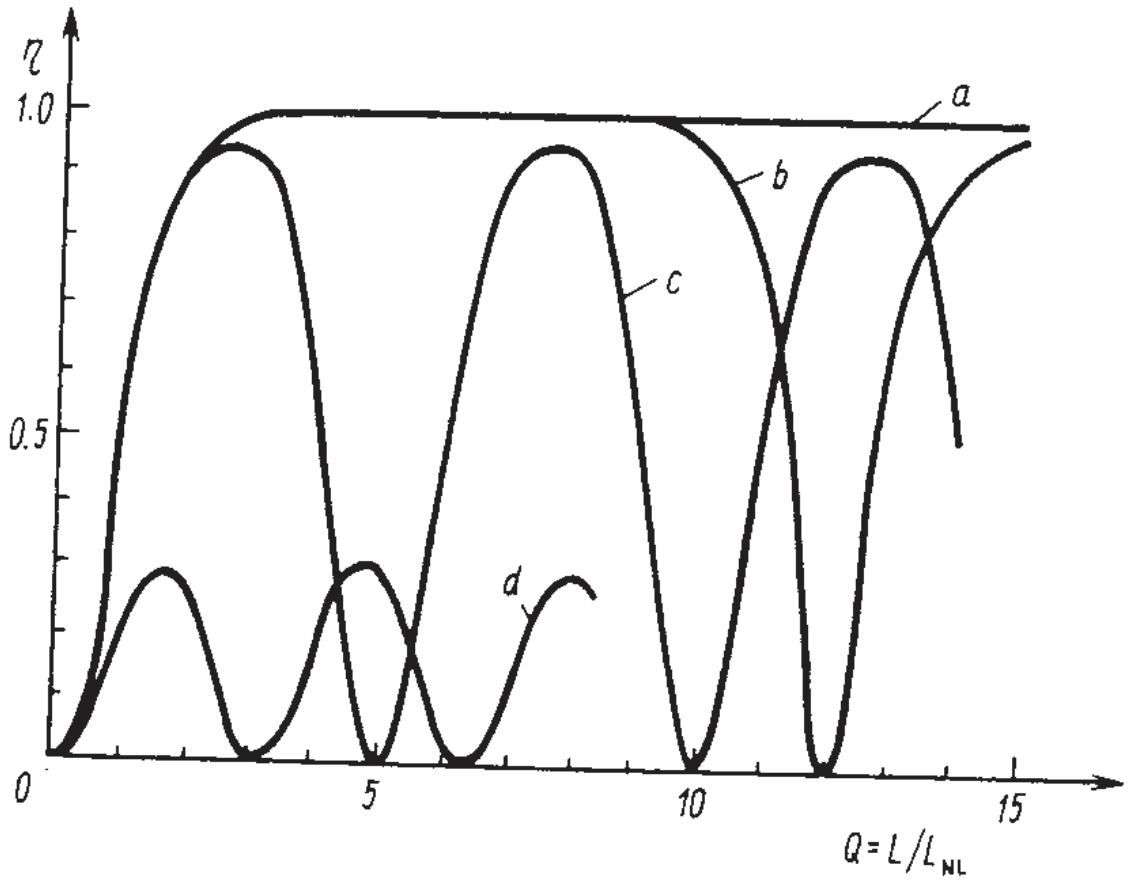
Efektivita procesu: $\eta = \dfrac{P_3(L)}{P_1(0)} = \kappa \,\mathrm{sn}^2\left[L/\left(\sqrt{\kappa} L_{NL}\right);\kappa\right] \xrightarrow{\Delta k = 0} \tanh^2\left(L/L_{NL}\right)$

$$\kappa = \left[\sqrt{1 + \frac{(\Delta k)^2 L_{NL}^2}{8}} - \frac{\Delta k \, L_{NL}}{4}\right]^2$$

$$L_{NL} = \sqrt{\frac{\pi w_0^2 n_1}{752 P_1(0)}} \frac{n_1 \lambda_1}{8\pi^2 d_{eff}}$$ (charakteristická délka)

sn - Jacobiho eliptický sinus

- $\eta \xrightarrow{\Delta k = 0} \tanh^2\left(L/L_{NL}\right)$
- $\eta \xrightarrow{\Delta k \text{ velké}} \kappa \sin^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{\kappa}} \dfrac{L}{L_{NL}}\right)$



a) $\kappa^2 = 1$ b) $\kappa^2 = 1 - 10^{-4}$ c) $\kappa^2 = 0.9$ d) $\kappa^2 = 0.1$

Generace 2. harmonické

Vezmeme-li v úvahu divergenci svazku:

Efektivita procesu: $\eta(L,\phi)=\frac{P_3(L,\phi)}{P_1(0)}=\left(\frac{L}{L_{NL}}\right)^2\left[\frac{\mathrm{Si}(2\Omega)}{\Omega}-\frac{\sin^2\Omega}{\Omega^2}\right]$

$\Omega=\gamma_1\phi L/4$, $\Delta k(\theta)=\gamma_1(\theta-\theta_{pm})$, $\mathrm{Si}(x)=\int_0^x\frac{\sin y}{y}dy$ (integrální sinus)

pro $\Omega>>1$: $\mathrm{Si}(2\Omega)\cong\pi/2\Rightarrow\eta(L,\phi)\cong\frac{\pi}{2\Omega}\left(\frac{L}{L_{NL}}\right)^2$

- intenzita zvyšuje efektivitu $\Rightarrow$ fokusace
- divergence zhoršuje efektivitu $\Rightarrow$ kolimace

Pro ultrakrátké pulsy:

Pokud jsou grupové rychlosti na obou frekvencích zhruba stejné, lze řešit analyticky. Tvar pulsu se zachovává, obecně se mění šířka pulsu:

- $\tau_3=\tau_1/\sqrt{2}$ v limitě malé konverzní účinnosti
- $\tau_3\to\tau_1$ v silně nelineárním režimu

Pokud rozdíl grupových rychlostí nelze zanedbat ($L>L_{qs}$), může docházet ke změnám spektra (zúžení, posun maxima):

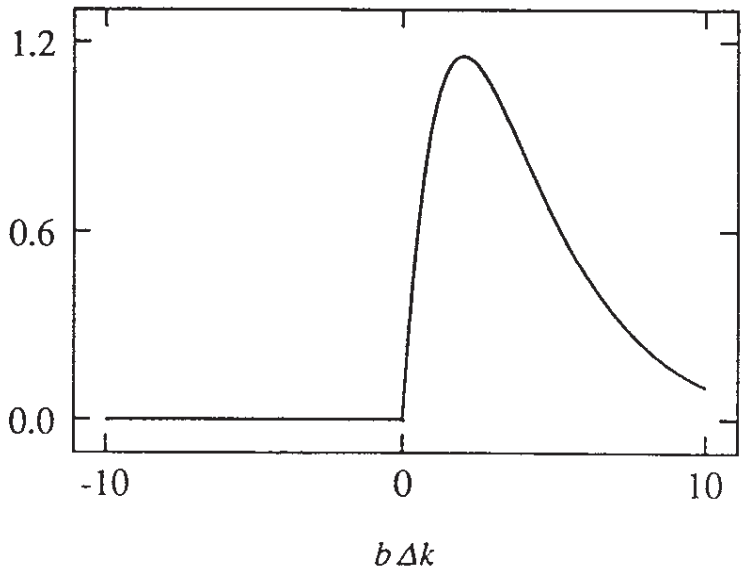
- $\tau_3\approx vL,\omega_{\max}=2\omega_1-\Delta k/v,\Delta\omega_3=2\pi/vL\quad v=\frac{1}{v_{g3}}-\frac{1}{v_{g1}}$
- chirp zhoršuje efektivitu procesu

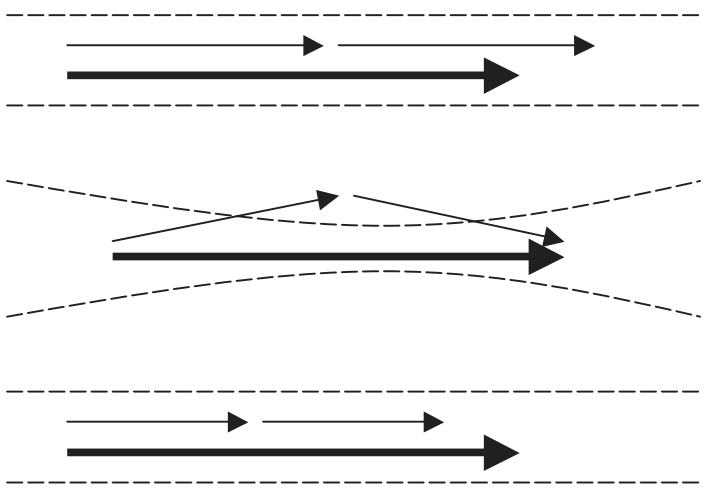
Generace 2. harmonické

Pro příčně omezené svazky:

- pro příčně úzké svazky hraje značnou roli „walk-off“, prudce zhoršuje efektivitu při interakci typu II, ale vadí i v interakci typu I
  Řešení:
  - „nekritický phase-matching“ ($\theta = 90^\circ$) (typ I)
  - dva krystaly v tandemu se zkříženými opt. osami (typ II)
  - příčné roztažení svazku

- pro fokusované svazky existuje určité optimum fokusace, silná fokusace znamená velkou divergenci a nebezpečí „walk-off“ efektů, slabá fokusace znamená malý nárust intenzity. Často se používají orientace krystalu, kde v ose svazku $\Delta k \neq 0$ (vektorový phasematching)





Experimenty

Generace 2. harmonické (SHG)

Nejčastěji Nd:YAG, Nd:YAP, Nd:sklo v anorganických krystalech.

- Pro velké výkony krystaly velkých rozměrů (KDP – až desítky cm), malá účinnost ostatních nelineárních jevů, konverzní účinnosti až 90%.
- Pro Q-spínané lasery s velkou energií:
  - $LiNbO_3$ (s příměsí MgO pro snížení fotorefrakce), 10-30 mm, konverzní účinnost okolo 50%
  - $LiIO_3$, nevýhodou je velký walk-off, kompenzuje se řezy krystalů s opačnou orientací.
- Pro velké účinnosti:
  - KTP (velká teplotní i úhlová položířka, velká tvrdost a vysoký práh poškození, velmi vysoká nelinearita) – 55-60%
  - LBO (velká úhlová položířka, malý walk-off, mechanická tvrdost)

Používaly se také organické krystaly – velmi vysoká účinnost při krátkých interakčních délkách, ale často nevhodné mechanické a chemické vlastnosti.

Generace 2. harmonické v dutině laseru (ICSHG)

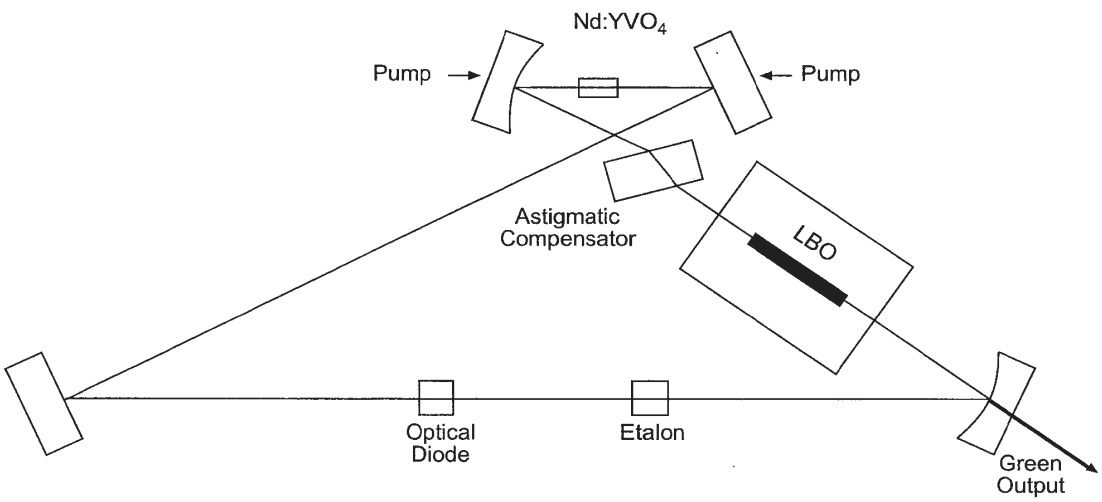
CW lasery mají malou propustnost výstupního zrcadla $\Rightarrow$ výkon v dutině rezonátoru je obvykle daleko větší než výstupní výkon.
$\Rightarrow$ je proto výhodné umístit nelineární krystal dovnitř rezonátoru

tzv. 100% konverzní režim – laser se zrcadly nepropustnými pro základní frekvenci dává stejný výkon SHG jako obdobný laser v režimu mimo fázovou synchronizaci s optimální odrazivostí zrcadel na základní frekvenci (to neznamená 100% účinnost nelineárního procesu, ta bývá 5-10% pro cw režim a 20-30% pro pulsní).

- Tradičně Q-spínaný Nd:YAG čerpaný výbojkami nebo laserovými diodami s krystaly $LiIO_3$, $LiNbO_3$ nebo KTP
- Nověji cw $Nd:YVO_4$ čerpaný laserovými diodami s krystaly LBO nebo KTP

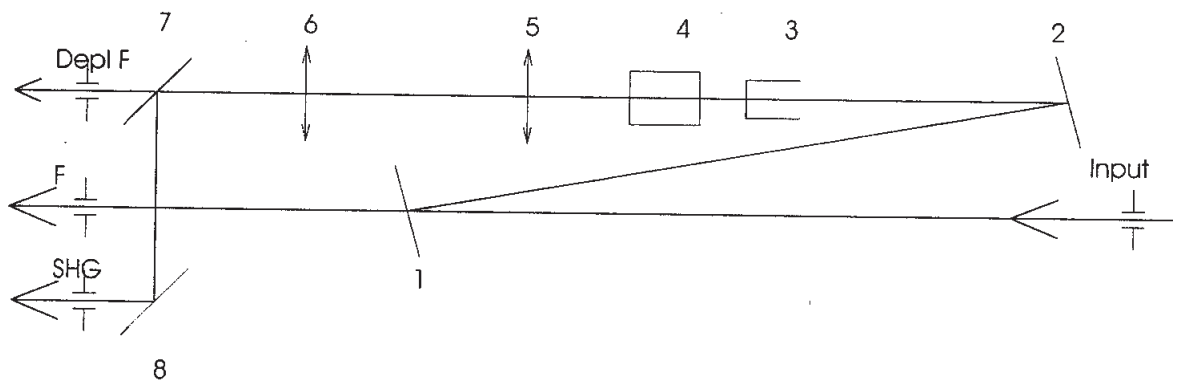
Laser Coherent Verdi

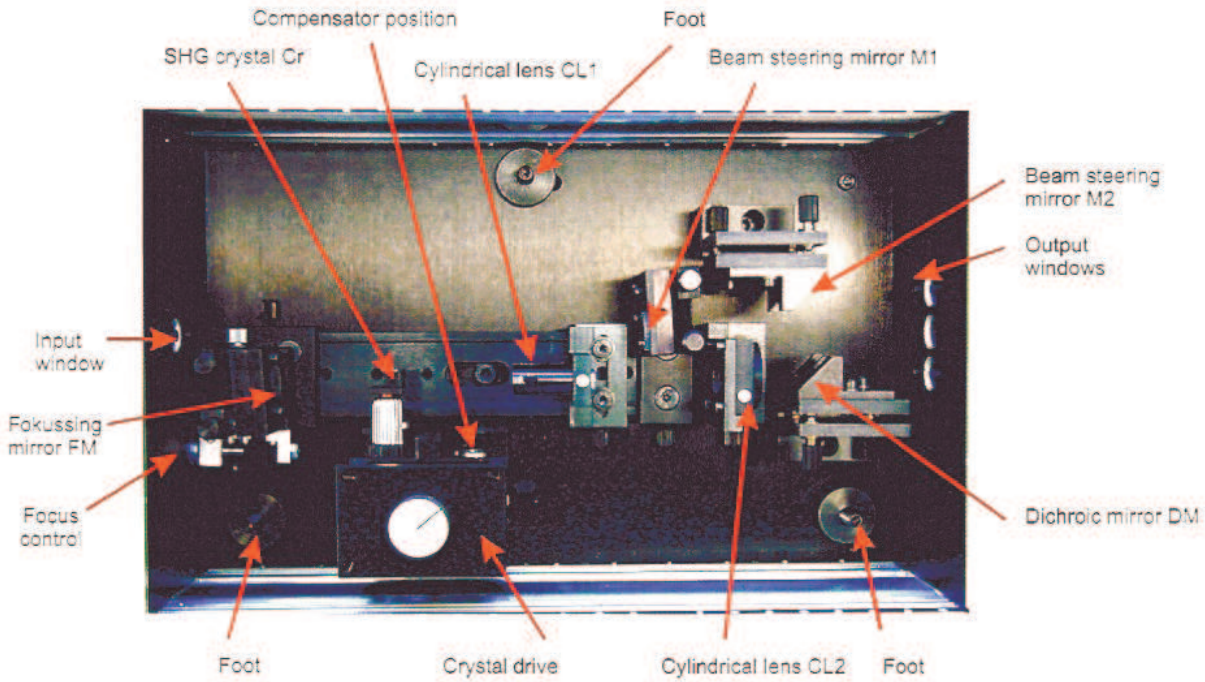
- Jednofrekvenční DPSS laser, 532 nm, 2-10 W
- Nd:YVO_4 + LBO, čerpaný poli laserových diod (808 nm) navázanými do optického vlákna
  (fiber array package - integrated – FAP-I)
- FAP-I – účinnost až 50%, navázání do vláken typicky 90%, 2-4 nm spektrální šířka
- Hermeticky uzavřená dutina, kruhový laser, jednosměrný, homogenně rozšířený ⇒ jednofrekvenční provoz, navíc vnucený etalonem
- Čerpací diody (5-35°C), vanadát (30°C), LBO (148°C) i etalon (25-27°C) jsou termoelektricky stabilizovány
- V dutině typicky > 100 W
- LBO se teplotně ladí, nekritický phase-matching, typ I
- Optoelektrická konverzní účnnost: (10W opt./700 W el. = 1,4%) [pro srovnání: kryptonový Coherent Innova 302: 1 W opt./31,2 kW = 0,003%, 500x horší]

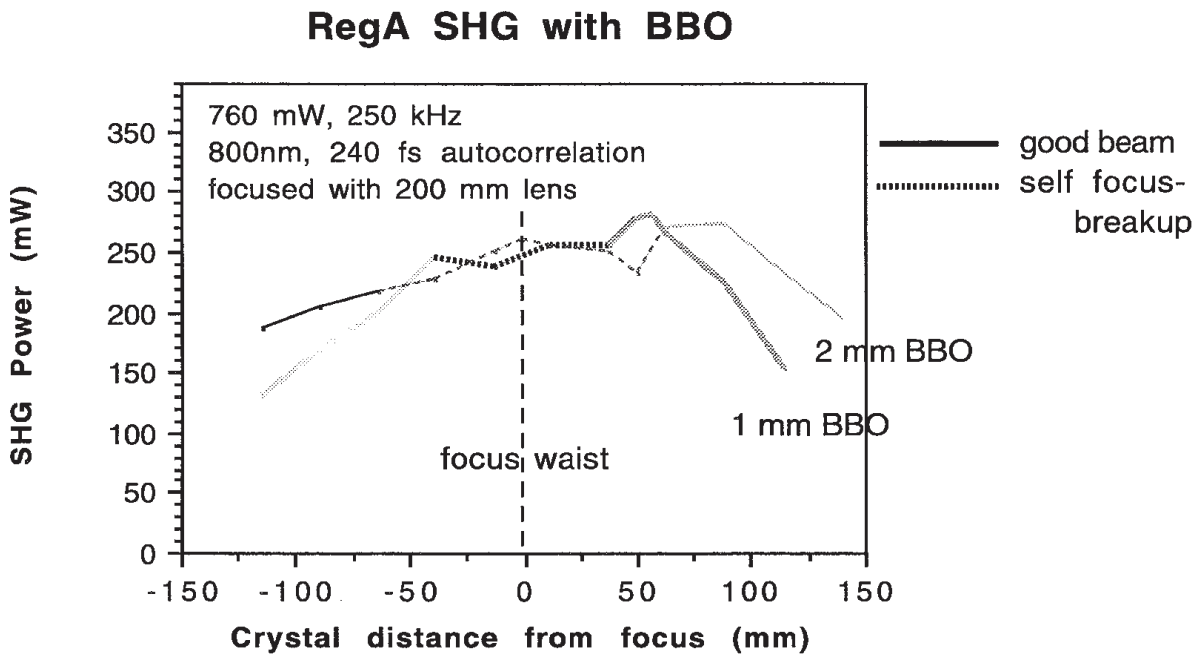
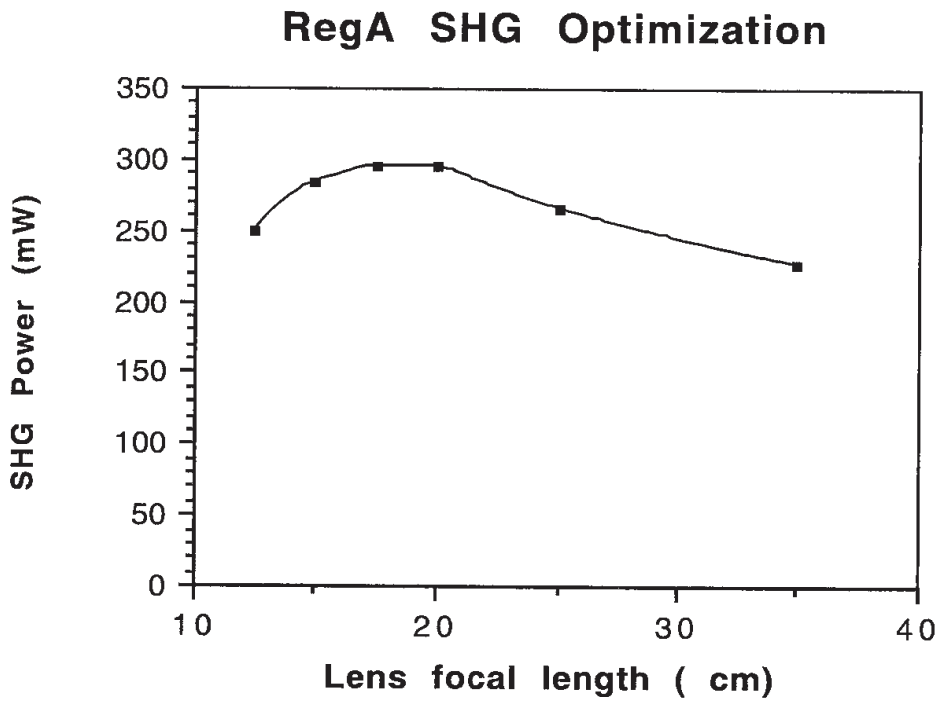


Generátor 2. harmonické APE

- Oblast 700-1100 nm
- Krystal BBO 2 mm (fs-režim)
  6 mm (ps-režim)
- Konverzní účinnosti 5% v ps-režimu až 40% ve fs-režimu





Generace 2. harmonické z RegA

Typicky konverzní účinnost 38%