

# Historie zkoumání duhy

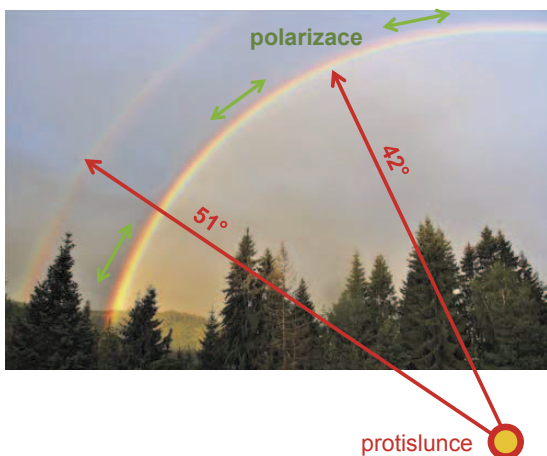
Jiří Bajer

Katedra optiky, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc; bajer@optics.upol.cz

Lidé pozorují duhu tisíce let. Tento článek přináší shrnutí základních poznatků a objevů, které souvisejí s pochopením duhy jako optického jevu od starověku po současnost.

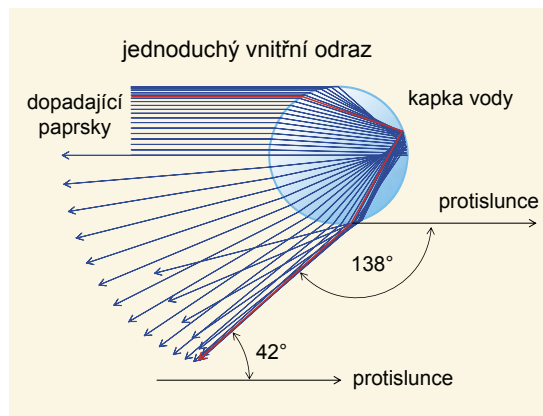
Jedním z nejnápadnějších a současně i nejkrásnějších přírodních úkazů na obloze je duha, která člověka od nepaměti přitahovala a uchvacovala svou nečekanou barevností. Staré civilizace přisuzovaly duze nadpozemský význam. Duha je například jako stvrzení boží smlouvy (Mojžíš) i příslib lepších časů (Noe) zmiňována již ve Starém zákoně [1–3].

Každý z nás duhu na vlastní oči viděl mnohokrát a jistě si všiml, že je pokaždé trochu jiná. Pečlivý pozorovatel ovšem brzy zjistí, co mají všechny duhy společné (obr. 1). Duhu lze spatřit, když prší a současně svítí slunce, které nesmí být příliš vysoko nad obzorem. Obvykle je proto vidět v podvečer, když ustává déšť a zpod mraků vykoukne slunce. Hlavní (primární) duhové zbarvený oblouk je obvykle doprovázen mnohem slabším vedlejším (sekundárním) obloukem s inverzním pořadím barev. Oba oblouky se nacházejí na opačné straně od slunce, jejich barvy odpovídají zhruba barevnému spektru, ovšem s menší sytostí, a oba oblouky jsou k sobě přivrácené svými červenými okraji, takže jejich fialové okraje jsou od sebe nejdále. Délky oblouků závisejí nejen na oblasti aktuálních



**Obr. 1** Hlavní a vedlejší oblouk duhy mají poloměr  $42^\circ$  a  $51^\circ$  se středem v protislunci, místu opačném k aktuální poloze slunce na obloze. Všimněte si, že oba duhové oblouky jsou obráceny červeným koncem k sobě. Oboustranné zelené šipky ukazují převládající směr polarizace.

srážek, ale i na výšce slunce nad obzorem. Oba oblouky jsou soustředné a jejich střed odpovídá protislunci, tj. bodu, který leží přesně na opačné straně oblohy než slunce. Poloměr hlavního oblouku je zhruba  $42^\circ$



**Obr. 2** Geometrický chod paprsků kapkou vody po jednom vnitřním odrazu a dvou lomech, vystupující paprsky tvoří kaustiku v místě vzdáleném  $42^\circ$  od protislunce, to je hlavní oblouk duhy. Červený paprsek značí tzv. duhový paprsek, který dopadá na povrch kapky pod úhlem  $59^\circ$ , má nejmenší deviaci a tvoří hranu hlavního oblouku duhy. Pro přehlednost je zobrazen pouze svazek paprsků dopadajících na horní polovinu kapky.

a je asi  $2^\circ$  široký a vedlejší oblouk má poloměr zhruba  $51^\circ$  a je asi  $4^\circ$  široký. Oblast mezi oběma oblouky je o poznání temnější. Někdy jsou vedle hlavního oblouku pozorovány i jemné podružné oblouky směřující do světlého pole.

Dnes víme, že duha vzniká rozptylem slunečních paprsků na kapkách deště, ovšem tento jev je ve skutečnosti velmi komplexní, zahrnuje současně nejen odraz a lom, ale i disperzi, polarizaci, interferenci a ohyb světla, takže není divu, že optice trvalo celá staletí, než tento jev uspokojivě objasnila. Podívejme se blíže na historii duhy, tedy na jednotlivé významné kroky při objasňování mechanismu vzniku duhy.

Podle starověkých představ byla duha vysvětlována zažehnutím hořlavých par slunečními paprsky. Tyto páry měly být do ovzduší vytlačeny z podzemí vsakující se dešťovou vodou.

O první racionální vysvětlení duhy se zasloužil Aristotelés ze Stageiry ve 4. století před naším letopočtem ve svém pojednání Meteorologika. Podle Aristotela je duha zvláštním druhem odrazu slunečního světla od dešťových mraků. Světlo se přitom odráží pod stálým úhlem, což vede ke vzniku známého oblouku duhových paprsků. Aristoteles tak logicky objasnil kruhový tvar oblouku a správně popsal, že duha není

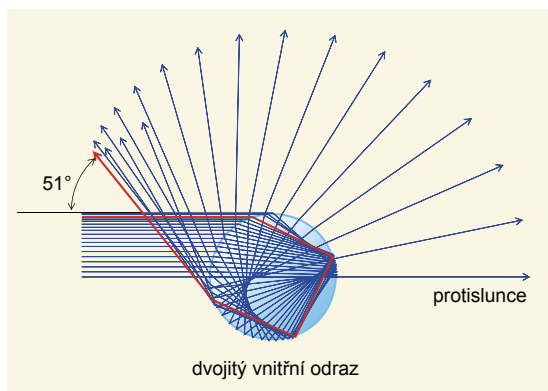
materiální objekt někde na obloze, ale že každý pozorovatel pozoruje jiné rozptýlené paprsky a že proto každý pozorovatel vnímá svoji vlastní duhu. Z toho je již zřejmé, že duhu také nelze obejít a nikdo nikdy nenajde zlatý poklad, který, jak praví irská legenda, skřítek lepríkón u její paty zakopal.

Kolem roku 200 si Alexandr z Afrodisie správně povšiml, že mezi hlavním a vedlejším obloukem duhy se nachází trochu temnější pás, dnes označovaný jako *Alexandrovův pás*.

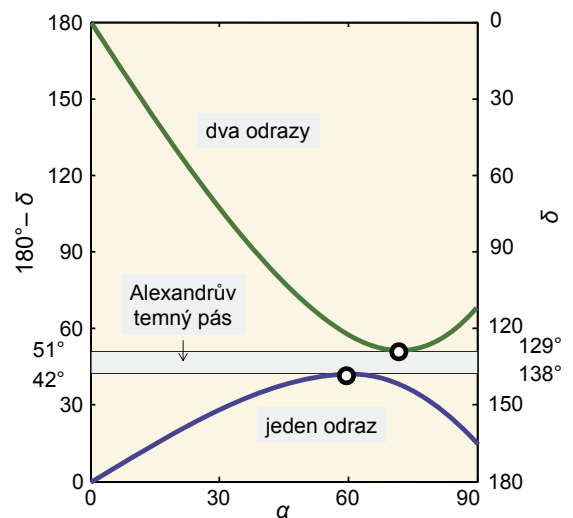
Poloměry hlavního a vedlejšího oblouku duhy  $42^\circ$  a  $51^\circ$  poprvé změřil roku 1266 Roger Bacon. Středem obou oblouků je protislunce nacházející se na opačné straně oblohy než skutečné slunce. Z toho je zřejmé, že abychom mohli pozorovat duhu, nesmí být slunce výše než  $42^\circ$  nad obzorem, což v létě znamená, že duha se může objevit na obloze až v pozdním odpolední.



Roku 1304 se k mechanismu vzniku duhy vrátil učený německý mnich Dietrich z Freiberga (latinsky Theodoricus Teutonicus). Nejprve si povšiml, že zpětný rozptyl slunečních paprsků na sférické baňce naplněné vodou dává vzniknout podobnému duhovému oblouku, z čehož správně vyvodil, že za vznik duhy je zodpovědná každá jednotlivá kapička vody, a že tedy nejde o žádnou umělou souhru dešťových kapek v mracích, jak se domníval Aristotelés. Dietrich dále zjistil, že paprsky tvořící hlavní duhu se dvakrát lámou a jednou odrážejí na vnitřním povrchu kapky a podobně paprsky tvořící vedlejší duhu se dvakrát lámou a dvakrát odrážejí na vnitřním povrchu kapky. Barvy duhy však Dietrich mylně objasňoval různou velikostí kapek.



**Obr. 3** Geometrický chod paprsků kapkou vody po dvou vnitřních odrazech a dvou lomech. Paprsky tvoří kaustiku v místě vzdáleném  $51^\circ$  od protislunce, to je vedlejší oblouk duhy. Červený paprsek opět tvoří hranu vedlejšího oblouku duhy. Pro přehlednost je opět zobrazen jen svazek paprsků dopadajících na horní polovinu kapky. Všimněte si, že do směrů mezi úhly  $42^\circ$  (viz obr. 2) a  $51^\circ$  se žádné paprsky nerozptýlí, a proto se zde pozoruje Alexandrovův temný pás (viz také obr. 4).



**Obr. 4** Závislost úhlu rozptylu  $\delta$ , resp.  $180^\circ - \delta$  na úhlu dopadu  $\alpha$  paprsku na kapku. Modrá křivka odpovídá paprskům jednou odraženým a zelená paprskům dvakrát odraženým od vnitřního rozhraní kapky. Rozptýlené paprsky pokrývají všechny směry od  $0^\circ$  do  $180^\circ$  s výjimkou Alexandrova temného pásu ležícího mezi hlavním a vedlejším obloukem duhy  $42^\circ$  až  $51^\circ$ .

Ve stejné době se však v jiné části světa duhou zabýval perský učenec Kamal al Din al Farisi, jenž prý též konal podobné pokusy se skleněnými koulemi a rovněž kvalitativně správně vysvětlil vznik duhového oblouku. Farisi ukázal, že vliv skleněné stěny na tvar a velikost umělé duhy je možno zanedbat.

Dietrichův objev zapadl do zapomnění, až jej podruhé zcela nezávisle objevil francouzský filozof René Descartes. Descartes konal nejprve pokusy s vodou naplněnými nádobami a došel k podobným závěrům jako Dietrich. Protože již znal zákon lomu, mohl později i matematicky detailně propočítat dráhy jednotlivých paprsků světla v kapce vody. Descartes zkoumal chod rovnoběžných paprsků, které dopadaly v různých výškách na povrch kapky, a exaktně ukázal, že paprsky, které se na sférické kapce pouze odrážejí nebo pouze lámou, nijak ke vzniku duhy nepřispívají, ale že teprve paprsky, které se dvakrát lámou a jednou nebo dvakrát odrážejí na vnitřní straně kapky, duhu tvoří. Descartes ukázal, že všechny paprsky odrážející se jednou uvnitř kapky se rozptýlí jen do směrů  $180^\circ$  až  $138^\circ$  vzhledem k dopadajícím slunečním paprskům, přitom se zvláště zahušťují ve směru  $138^\circ$ , tj. ve směru  $42^\circ$  od protislunce, kde tvoří jasnou hranu (obr. 2). Podobně paprsky dvakrát se odrážející uvnitř sférické kapky se rozptýlí jen do směrů  $0^\circ$  až  $130^\circ$ , přitom se zvláště zahušťují ve směru  $130^\circ$ , tj. ve směru  $50^\circ$  od tzv. protislunce (obr. 3). Do směrů  $130^\circ$  až  $138^\circ$  se žádné paprsky tímto mechanismem nedostávají, a proto zde pozorujeme Alexandrovův temný pás (obr. 4). Protože při každém odrazu se značná část světla ztrácí, je zřejmé, že sekundární oblouk bude mnohem slabší než primární oblouk. Paprsky, které se pouze odrážejí nebo pouze lámou, ke vzniku duhy nepřispívají. Tak Descartes roku 1637 vysvětlil poprvé kvantitativně zcela správně vlastnosti duhy z pohledu geometrické optiky ve svém hlavním díle *Rozpravy o metodě* (obr. 5).

Vznik duhy lomem a odrazem světla popsal nezávisle na Descartovi roku 1648 i český lékař Jan Marek Marků z Lanškrouna ve svém spise *Thaumantias*,

aneb spis o nebeském oblouku, přirozené podstatě jeho barev, vzniku a příčinách. Marci konal i pokusy s hranolem a dvacet let před Newtonem zjistil, že bílé světlo se na něm rozkládá na duhové barvy, že paprskům různých barev odpovídají různé úhly lomu a že se barevný paprsek při dalším lomu již nemění [5].

Ovšem vznik barev a jejich pořadí v duze správně vysvětlil až Isaac Newton roku 1670. Roku 1666 objevil disperzi, tj. závislost indexu lomu prostředí na barvě (vlnové délce) světla. Newton nejprve změřil index lomu vody červeného a fialového světla a pomocí těchto výsledků předpověděl, že poloměr červeného oblouku má být  $137^{\circ}58'$ , zatímco poloměr fialového oblouku má být  $139^{\circ}43'$ . Z toho je zřejmé, že červený oblouk primární (hlavní) duhy  $42^{\circ}2'$  bude větší než fialový oblouk  $40^{\circ}17'$ , čímž je podle Newtona dáno pořadí barev hlavního oblouku duhy. Šířka primárního oblouku by tedy měla být  $1^{\circ}45'$ , protože však sluneční paprsky nejsou rovnoběžné, ale mají divergenci  $30'$ , která je dána úhlovým průměrem slunečního kotouče, dostal Newton pro šířku duhy odhad  $2^{\circ}15'$ , což bylo v dobrém souladu s jeho vlastním pozorováním duhy.

Podobně bychom spočetli, že poloměr červeného oblouku sekundární (vedlejší) duhy má být  $230^{\circ}58'$  a poloměr fialového oblouku má být  $234^{\circ}8'$ , takže červený oblouk sekundární duhy  $50^{\circ}58'$  bude naopak menší než fialový oblouk  $54^{\circ}8'$ , čímž je dáno převrácené pořadí barev u vedlejšího oblouku duhy. Šířka vedlejšího oblouku by tedy měla být podle Newtona  $3^{\circ}10'$ , respektive  $3^{\circ}40'$  po započtení divergence slunečních paprsků.

Z geometrické teorie duhy plyne, že Alexandrův pás bude absolutně temný a hrana duhy bude mít nekonečnou intenzitu. Teprve započtením konečné divergence slunečních paprsků nebo spojitého spektra se stane rozdělení intenzity světla v duze spojitým a konečným [1, 4].

Tvar a velikost duhy podle geometrické teorie nezávisí na rozměru kapek. Závisí však na tvaru kapek, a protože velké kapky jsou odporem vzduchu vertikálně deformovány, je duha blízko horizontu obvykle výraznější než u svého vrcholu.

Pečlivý pozorovatel si může všimnout, že hlavní oblouk duhy je na světlejší straně někdy doprovázen mnoha podružnými méně výraznými duhovými ob-



**Obr. 6** Snímek duhy s výraznými podružnými oblouky.

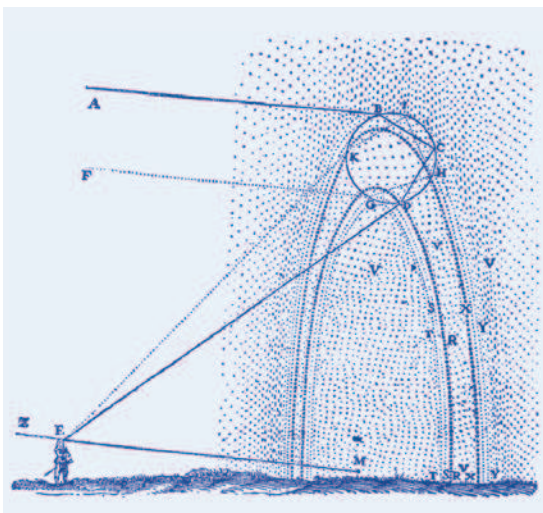
louky, což je v rozporu s geometrickou teorií (obr. 6). Tato jemnější struktura duhy již závisí na velikosti kapek a dá se vysvětlit až s ohledem na vlnovou povahu světla interferencí.

O objasnění podružných duhových oblouků se jako první pokusil roku 1804 Thomas Young. Argumentoval tím, že paprsky blízké duhovému paprsku, tj. paprsku, který tvoří jasnou hranu duhy, procházejí kapkou vždy v párech, které však mají mírně odlišné optické dráhy, a proto interferují někdy konstruktivně a jindy destruktivně. Protože dráhové rozdíly těchto paprsků závisejí na rozměru kapky, bude i jemná struktura duhy závislá na velikosti kapek. Patrnější bude tato interference u menších kapek, tedy spíše ve vrcholu duhy, kde jsou kapky menší než dole u země.

Roku 1835 upozornil Richard Potter na to, že křížící se paprsky tvořící duhu představují vlastně kaustiku. Spojité rozložení intenzity světla v okolí kaustiky a tedy i rozložení světla v duze popsal roku 1838 George Biddell Airy pomocí Huygens-Fresnelova principu. Z *Airyho řešení* vyplynulo, že Youngovo řešení je ve světlé oblasti fázově posunuto o  $90^{\circ}$  a že temný pás není tak docela temný, ale že jeho jas exponenciálně směrem od hrany klesá. Také je zajímavé, že maximum neodpovídá hraně podle geometrické teorie, ale je mírně posunuto do světlé oblasti, např. pro poloměr kapky  $33\ \mu\text{m}$  asi o  $2^{\circ}$ , pro  $100\ \mu\text{m}$  asi o  $1^{\circ}$ , pro  $200\ \mu\text{m}$  asi o  $0,5^{\circ}$  a pro  $1000\ \mu\text{m}$  asi o  $0,2^{\circ}$ . Hlavní oblouk duhy je tedy o něco menší, než předpovídá geometrická teorie a vedlejší je naopak o něco větší.

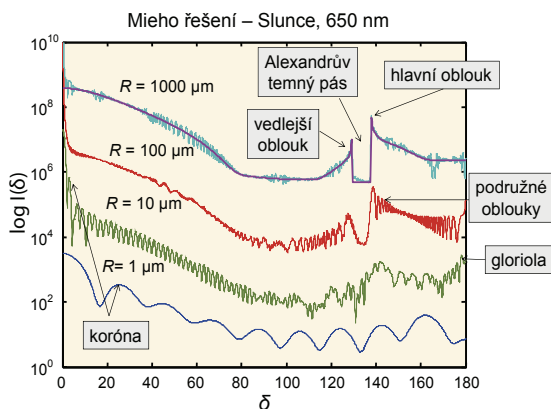
Airyho teorie tak přirozeně vysvětluje, jak se změšováním kapek roste šířka duhy a klesá její barevná sytost. Pro kapku o poloměru větším než  $300\ \mu\text{m}$  pozorujeme jednoduchou duhu zcela v souladu s geometrickou optikou, pro menší kapky pozorujeme podružné oblouky. Nejlépe jsou zřetelné pro kapky o poloměru kolem  $200\ \mu\text{m}$ , duha je však díky nim již asi dvakrát širší. Pro kapky o poloměru menším než  $30\ \mu\text{m}$  se barevnost duhy zcela vytrácí a pozoruje se jen bílá mlžná duha, která je i pětikrát širší než jednoduchá duha.

Roku 1811 Jean-Baptiste Biot ukázal, že duha je silně polarizovaná a že převládající směr polarizace je tečný k oblouku duhy (obr. 1). Studium polarizace světla odrazem v okolí Brewsterova úhlu (objevil roku 1812 David Brewster) umožňuje elementární objasnění pū-



**Obr. 5** Ilustrace z Descartovy knihy *Rozpravy o metodě* z roku 1637, ve spise *Dioptrika*, který byl součástí prvního vydání knihy, Descartes vysvětluje duhu..





**Obr. 7** Mieho monochromatické řešení (650 nm) vycházející z Maxwellových rovnic pro různé poloměry  $R$  kapek a zdroj velikosti slunce. Na vísou osu je vyneseno logaritmus intenzity rozptýleného světla, na vodorovnou osu rozptylový úhel  $\delta$ . Fialová hladká křivka, která dobře prokládá Mieho řešení pro kapku o poloměru 1 mm, se dostane čistě z geometrické teorie duhy. Pro velké kapky je dobře vidět hlavní i vedlejší oblouk a Alexandrův temný pás. Tyto útvary pro menší kapky mizí, zato je možné z těchto grafů vidět, jak vznikají podružné oblouky (100  $\mu\text{m}$ ) a koróna nebo gloriola (10  $\mu\text{m}$ ).

vodu polarizace duhy. Fresnelovy vzorce (odvodil roku 1821 Augustin-Jean Fresnel) pak umožňují kvantitativní výpočet intenzity duhy v geometrické i Airyho aproximaci.

Moderní teorie duhy vychází z rozptylu elektromagnetické rovinné vlny na vodní kapce, přesné matematické řešení Maxwellových rovnic pro homogenní dielektrickou kouli ve tvaru pomalu konvergující nekonečné řady našel roku 1908 Gustav Mie. Roku 1909 našel stejné řešení i Peter Debye. *Mieho řešení* představuje multipolový rozvoj do sférických vln a je numericky velice náročné, zvláště pro větší kapky, když se musejí sčítat tisíce členů tvořených speciálními funkcemi Besselovými, příp. Hankelovými. Pouze pro malé kapky (menší než vlnová délka světla) vystačíme s prvními členy rozvoje, kdy z Mieho řešení dostaneme vzorce popisující *Rayleighův rozptyl*. Nevýhodou přesného Mieho řešení je, že vyžaduje počítač a neumožňuje nám nahlédnout do fyzikální podstaty problému. Mieho řešení obsahuje všechny typy rozptylu současně a nedokáže je od sebe rozlišit, proto se jen velmi obtížně porovnává se staršími řešeními duhy. Poznamenejme, že Mieho přesné řešení vysvětluje nejen duhu, ale i korónu nebo gloriolu, což jsou optické jevy, se kterými si geometrická optika neporadí (obr. 7 a 8).

Roku 1918 objevil George Neville Watson metodu, jak transformovat pomalu konvergující řadu parciálních vln na tvar, který konverguje rychleji. Tato matematická technika je známá jako *Watsonova transformace* nebo metoda komplexního momentu hybnosti. Jednotlivé členy transformovaného Mieho rozvoje odpovídají pólům a sedlovým bodům v komplexní rovině momentu hybnosti. Příspěvky od sedlových bodů ležících na reálné ose odpovídají příspěvkům od normálních paprsků, které procházejí kapkou a prodělávají určitý počet vnitřních odrazů, příspěvky od sedlových bodů ležících mimo reálnou osu zase odpovídají evanescentním tlumeným vlnám běžícím po povrchu kapek. Toto řešení již umožňuje pohodlné porovnání Mieho řešení se staršími řešeními duhy Younga nebo Airyho.

<http://ccf.fzu.cz>

V roce 1937 aplikovali Watsonovu transformaci na problém duhy Balthasar van der Pol a Henk Bremmer a ukázali, že v limitním případě dostanou Airyho řešení. V roce 1965 vyvinul vylepšenou verzi metody Herch Moyses Nussenzveig a roku 1969 ji použil k problému duhy. Jejich podrobné analýzy ukazují, že geometrický přístup (Newton, Young, Airy) se započtením polarizace pomocí Fresnelových vzorců dává dobré výsledky pro kapky o poloměru větším než 10  $\mu\text{m}$ . I když mezi Youngovým, Airyho nebo Mieho řešením jsou patrné rozdíly, po zohlednění skutečnosti, že slunce má konečný úhlový rozměr a sluneční spektrum je spojitě, rozdíly mezi řešeními se stanou prakticky zanedbatelné. Nedávno byla v češtině podána detailní analýza jemné struktury duhy [7].

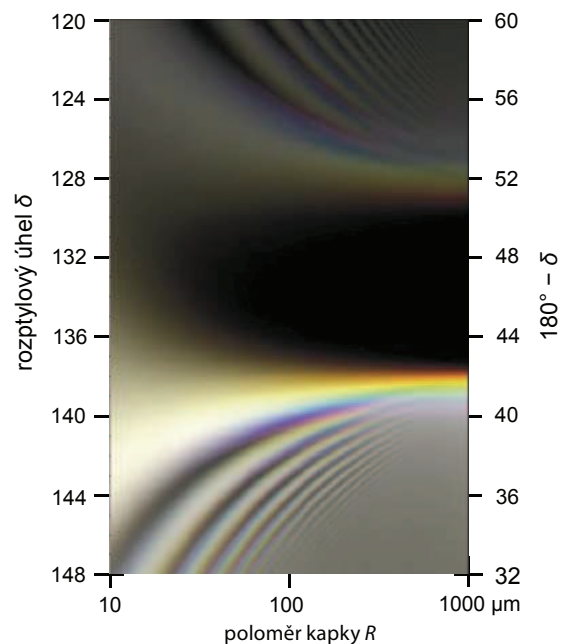
Jako zajímavost na závěr můžeme ještě uvést, že na Venuši by oblouky duhy měřily 29° a 76° a na Titanu 49° a 39° (všimněte si zde převráceného pořadí oblouků na Titanu), neboť mraky na Venuši mají složení zhruba 75 % kyselina sírová a 25 % voda ( $n \approx 1,44$ ), zatímco na Titanu převládá metan ( $n \approx 1,29$ ).

#### Poděkování

Článek je podporován projektem IGA-PřF-2015-02.

#### Literatura

- [1] M. Nussenzveig: „Teorie duhy“, Čs. čas. fyz. A 29, 567 (1979).
- [2] J. Bednář: *Pozoruhodné jevy v atmosféře*. Academia, Praha 1989, s. 145.
- [3] Wikipedia: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Duha> a <https://en.wikipedia.org/wiki/Rainbow>.
- [4] P. Laven: *The optics of a water drop*. Dostupně z WWW: <http://www.philiplaven.com/index1.html>.
- [5] I. Štoll: *Jan Marek Marci*. Prometheus 1996, s. 35.
- [6] R. L. Lee, Jr.: „Mie theory, Airy theory, and the natural rainbow“, *Appl. Opt.* 37, 1506 (1998).
- [7] M. Miler: „Atmosférická duha – jemná struktura“, *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie* 59, 105 (2014).



**Obr. 8** Leeeho diagram [4, 6] názorně ukazuje, jak se mění šířka a barevnost duhy v závislosti na poloměru kapky – pro velké kapky je duha jednoduchá a úzká, pro menší kapky je pak širší a více barevná a přibývají podružné oblouky.