

# Geometrické metody matematické fyziky

Přednášející: Lukáš Richterek

Kód předmětu: KEF/GMMF

Zařazení do studijního programu: 4. ročník M-F, letní semestr

Rozsah výuky a způsob ukončení: 2/0, kolokvium

Náplň přednášky:

## Stručná charakteristika

Cyklus přednášek bude vycházet z monografií Schutz B. F.: *Geometrical methods of mathematical physics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1982 a Fecko M.: *Diferenciálna geometria a Lieove grupy pre fyzikov*, Iris, Bratislava 2004. Obsahově zahrnuje základy tenzorového počtu na varietách, zavedení Lieových derivací a diferenciálních forem s ukázkami použití tohoto aparátu v různých oblastech fyziky (teorie relativity, mechanika, termodynamika).

## Tematické okruhy

### 1. Úvod – základní matematické pojmy

Prostor  $R^n$  a jeho topologie, zobrazení, grupy, vektorové prostory, algebra čtvercových matic.

### 2. Diferencovatelné variety a tenzory

Topologický prostor, diferencovatelná varieta, zobrazení variet, mapa, atlas, křivky, funkce, vektory, tečné rozvrstvení, vektorová pole a jejich integrální křivky, Lieovy závorky, bázové vektory a bázová vektorová pole, lineární formy, tenzory, tenzorová pole a jejich souřadnice, změna báze, tenzorová algebra, funkce a skaláry, metrický tenzor.

### 3. Lieovy derivace a Lieovy grupy

Vektorová pole a jednoparametrické grupy, exponenciální zobrazení, Lieovy derivace, Frobeniova věta, Killingovy vektory a vektorová pole, osová symetrie, abstraktní Lieovy grupy a jejich příklady.

### 4. Diferenciální formy

#### (a) Algebra a integrální počet diferenciálních forem

Určování objemu, diferenciální formy a základní operace s nimi, orientovatelnost, integrální počet na orientovatelných varietách, tenzorové hustoty, zobecněné Kroneckerovy symboly.

#### (b) Diferenciální počet diferenciálních forem a jeho aplikace

Vnější derivace forem a jejich Lieovy derivace, Stokesova a Gaussova věta, divergence, alternativní formulace Frobeniovy věty, zákony zachování.

### 5. Fyzikální aplikace

Maxwellovy vztahy v termodynamice, hamiltonovská vektorová pole, kanonické transformace, Poissonovy závorky, Hamiltonovy rovnice a rozvrstvení, Maxwellovy rovnice elmag. pole v jazyce diferenciálních forem, náboj a topologie, vektorový potenciál, rovinné elmag. vlny, úloha Lieových derivací v mechanice kontinua, kosmologické modely.

### 6. Konexe na riemannovských varietách

Prostory s afinní konexí, kovariantní derivace, torze afinní konexe, geodetické křivky, Riemannův tenzor a jeho geometrická interpretace, Bianchiho identity, ploché prostory, Riemannovy a pseudo-Riemannovy variety, Riemannova (metrická) konexe, Gaussova teorie ploch, Gaussův vzorec, Gaussova křivost plochy, sekcionální křivost Riemannovy variety, prostory s konstantní křivostí, extrémální vlastnosti geodetik, Cartanovy rovnice, konexe a kalibrační teorie na příkladu teorie elmag. pole.

**Všichni zájemci jsou srdečně zváni !**

V Olomouci, 12. února 2009

.....  
přednášející

Sylabus s přehledem doporučené literatury je možné najít také na adrese:

<http://www.ktf.upol.cz/lucky/files.html>

## Doporučená literatura:

- [1] Schutz B. F.: *Geometrical methods of mathematical physics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge 1982 (ruský překlad: *Геометрические методы математической физики*, Мир, Москва 1984).
- [2] Fecko M.: *Diferenciálna geometria a Lieove grupy pre fyzikov*. Iris, Bratislava 2004.
- [3] Aldrovandi R. and Pereira J. G.: *An Introduction to Geometrical Physics*. World Scientific, Singapore-New Jersey-London-Hong Kong 1995.
- [4] Budinský B. a Kepr B.: *Základy diferenciální geometrie s technickými aplikacemi*. SNTL, Praha 1970.
- [5] Budinský B.: *Analytická a diferenciální geometrie*. MVŠT Sešit VII, SNTL, Praha 1983.
- [6] Hegalson S.: *Differential Geometry and Symmetric Spaces*. Academic Press, New York and London 1962 (ruský překlad: *Дифференциальная геометрия и симметрические пространства*, Мир, Москва 1964).
- [7] Horský J., Novotný J. a Štefaník M.: *Mechanika ve fyzice*. Academia, Praha 2001.
- [8] Kowalski O.: *Úvod do Riemannovy geometrie*. UK Praha 1995.
- [9] Krupka D.: *Matematické základy teorie relativity*. UJEP Brno 1979.
- [10] Krupka D. a Musilová J.: *Integrální počet na Euklidových prostorech a diferencovatelných varietách*. SPN, Praha 1982.
- [11] Krupka D.: *Úvod do analýzy na varietách*. SPN, Praha 1986.
- [12] Misner Ch. W., Thorne K. S. and Wheeler J. A.: *Gravitation*. W. Freeman, San Francisco 1973 (rus. překlad *Гравитация*, Мир, Москва 1977 a 1982).

## Doplňující literatura k případnému dalšímu studiu:

- [1] Arnold V. I.: *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer-Verlag, New York-Berlin-Heidelberg 1997, 2nd ed. (originál: *Математические методы классической механики*, Наука, Москва 1974).
- [2] Carroll S. M.: *Lecture notes on general relativity*. [arXiv:gr-qc/9712019](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9712019).
- [3] Chandrasekhar S.: *Mathematical Theory of Black Holes*. Clarendon Press Oxford, Oxford Univ. Press New York 1983 (ruský překlad: *Математическая теория черных дыр*, Мир, Москва 1986).
- [4] Kaku M.: *Quantum Field Theory (A Modern Introduction)*. Oxford Univ. Press, Oxford-New York 1993.
- [5] Nakahara M.: *Geometry, Topology and Physics*. Institute of Physics Publishing, Bristol 1995.
- [6] Рашевский П. К.: *Риманова геометрия и тензорный анализ*. Наука, Москва 1964.
- [7] Spivak M.: *Calculus on Manifolds: A Modern Approach to Classical Theorems of Advanced Calculus*. Perseus Press 1996.
- [8] Wald R. M.: *General Relativity*. The University of Chicago Press, Chicago 1984.