

Příklady ke kolokviu z předmětu KEF/PRKA

K získání kolokvia je nutné vyřešit alespoň 8 úloh!

Úloha 1 Zdánlivá poloha hvězdy na hvězdné obloze se vlivem pohybu Země okolo Slunce posune vůči vzdáleným galaxiím za 2 měsíce o $0,5''$. Vypočítejte vzdálenost hvězdy od nás v kilometrech [3].

Úloha 2 Jaký rudý posuv naměříme u galaxií patřících do kupy galaxií v souhvězdí Panny, vzdalují-li se od nás rychlostí asi $1000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$? Rychlost světla je přibližně $300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ [7].

Úloha 3 Které z emisních čar v následující tabulce můžeme z povrchu Země pozorovat v optickém oboru spektra u kvasaru s následujícím rudým posuvem:

- a) $z = 0,1$,
- b) $z = 1$,
- c) $z = 4$.

Tabulka hlavních emisních čar u aktivních galaxií a kvasarů [6]:

L_α	121,6 nm
N V	124,0 nm
C IV	154,9 nm
C III	190,9 nm
Mg II	279,8 nm
O II	372,7 nm
Ne III	386,8 nm
H_δ	410,2 nm
H_γ	434,1 nm

Úloha 4 Kolika nukleonům v m^3 odpovídá kritická hustota vesmíru pro hodnotu Hubbleovy konstanty $H_0 = 50 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ [7]?

Úloha 5 Hvězda vyzařuje jako absolutně černé těleso o efektivní teplotě $10\,000 \text{ K}$. Jak se zvýší zářivý výkon hvězdy, jestliže teplota naroste o 500 K [6]?

Úloha 6 U hvězdy α Tau Aldebarana K5 III byl zjištěn úhlový průměr $2\alpha = 0,021''$. Naměřená hodnota zářivého toku dopadajícího na vnější část atmosféry Země od této hvězdy je $F_{\text{bol}} = 3,2 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Roční paralaxa je hvězdy je $\pi = 0,050''$. Stanovte efektivní povrchovou teplotu hvězdy [6].

Úloha 7 Naše Galaxie s hmotností $2,5 \cdot 10^{11} M_\odot$ a galaxie M31 v souhvězdí Andromedy o hmotnosti $3,6 \cdot 10^{11} M_\odot$ jsou dvě největší galaxie v tzv. místní soustavě galaxií. Předpokládejme, že tvoří dvojnou soustavu a obíhají kolem společného hmotného středu po kruhových drahách. Určete velikost oběžné doby mezi nimi, jestliže vzdálenost mezi nimi je asi 700 kpc [6].

Úloha 8 Ve spektru kvasaru 3C 273 je emisní čára vodíku H_β o laboratorní vlnové délce $486,1 \text{ nm}$ posunuta o $77,8 \text{ nm}$ směrem k dlouhovlnnému konci spektra. Určete

- a) vzdálenost kvasaru,
- b) lineární rozměru kvasaru, jestliže jeho úhlový průměr činí $0,24''$,
- c) velikost výtrysku z kvasaru, jehož úhlová velikost je $19,5''$,
- d) zářivý výkon kvasaru, jestliže absolutní bolometrická hvězdná velikost je -25 mag [6].

Úloha 9 Zářivý výkon kvasarů dosahuje 10^{40} W . Fyzikální podstata procesů umožňujících uvolňování tak obrovské energie není dosud definitivně objasněna. Vypočtete, jaké množství hmoty v jednotkách M_\odot za rok by se muselo přeměnit, aby pokrylo tento výkon

- a) při termonukleární reakci s účinností $\eta = 0,01$,
- b) při akreci na černou díru s účinností $\eta = 0,2$ [6].

Úloha 10 Model jádra aktivní galaxie předpokládá, že kolem černé díry s velkou hmotností krouží akreční disk, jehož typický poloměr je $r_a = 10^{14} \text{ m}$. Určete velikost vyzářeného výkonu při dopadu plynu o hmotnosti $1 M_\odot$ za rok z akrečního disku na černou díru o hmotnosti $10^8 M_\odot$ [6].

Úloha 11 Šířka čáry H_β ve spektru jádra seyfertovské galaxie je zhruba 3 nm . jaké jsou charakteristické rychlosti pohybu mračen plynu v jádře takové galaxie [6]?

Úloha 12 Rádiový zdroj v jádře aktivní galaxie má úhlovou velikost $0,001''$, kosmologický rudý posuv je $z = 0,5$. Určete lineární rozměry zdroje v pc [6].

Úloha 13 Pohyb Země (a celé Galaxie) ve směry souhvězdí Lva způsobuje tzv. dipólovou anizotropii reliktního záření vzhledem k jeho střednímu rozložení. Zjištěná rozdílnost teplot ve směru apexu a antiapexu je $\Delta T = 7 \cdot 10^{-3} \text{ K}$,

střední teplota reliktního záření je $T_0 = 2,7\text{ K}$. V důsledku Dopplerova jevu se reliktní záření ve směru pohybu jeví jako teplejší, v protilehlém směru chladnější. Určete rychlost pohybu Země v , předpokládáme-li, že úhel ϑ mezi směrem rychlosti a směrem pozorování je nulový, tedy $\cos \vartheta = 1$ [6].

Úloha 14 Při jaderné fúzi čtyř jader vodíku na jedno jádro helia ${}^4\text{He}$ se uvolní energie $26,5\text{ MeV}$. Součástí řady dílčích reakcí, z kterých se tato fúze skládá, je také přeměna protonů v neutrony. Při každé přeměně protonu v neutron se uvolní jedno neutrino. Prakticky všechna neutrina projdou bez pohlcení z nitra Slunce do okolního prostoru. Vypočítejte, kolik neutrin za sekundu tak opustí Slunce. energii odnášenou neutrinami zanedbejte a výsledek uveďte s přesností na jednu platnou číslici [3].

Úloha 15 Bílý trpaslík má hmotnost přibližně stejnou jako Slunce, ale poloměr přibližně stejný jako Země. Vypočítejte gravitační zrychlení na jeho povrchu s přesností na jednu platnou číslici [3].

Úloha 16 Dokažte, že pokud ve vesmíru dominuje energie popsána obecnou stavovou rovnicí

$$p = w\rho c^2.$$

bude při $k = 0$ a $\Lambda = 0$ expanzní faktor záviset na čase podle vztahu [4]

$$a \propto t^{2/(3+3w)}.$$

Úloha 17 Ukažte, že pokud $k = 0$ a rozpínání vesmíru u ovlivňuje pouze prach s hustotou energie $\rho_m > 0$ a vakuum s hustotou energie $\rho_v > 0$, potom [4]

$$a^{3/2} \propto \text{sh} \left(\sqrt{6\pi G \rho_v} t \right).$$

Úloha 18 Ukažte, že pokud by vesmír obsahoval pouze energii vakua $0 < \Omega_{v0} < 1$, potom při počáteční podmínce $a(t = 0) = 0$ musí platit

$$a = a_0 \sqrt{\frac{1 - \Omega_{v0}}{\Omega_{v0}}} \text{sh} \left(\sqrt{\Omega_{v0}} H_0 t \right).$$

Vyšetřete limitní případy $\Omega_{v0} \rightarrow 0$ a $\Omega_{v0} \rightarrow 1$ [4].

Úloha 19 Cefeida se zdánlivou magnitudou $15,56^m$ mění svou jasnost s periodou $T = 4,76$ dnů. Pomocí empirického vztahu mezi absolutní magnitudou M a periodou

$$M = -2,8 \log T - 1,43$$

určete vzdálenost cefeidy.

Úloha 20 Uvažujte kouli o hmotnosti M a poloměru R . Vypočítejte gravitační potenciální energii této koule za předpokladu, že

- hustota ρ koule je konstantní (koule je homogenní);
- hustota závisí na vzdálenosti od středu r podle vztahu

$$\rho(r) = \rho_c \left(1 - \frac{r}{R} \right),$$

kde ρ_c je centrální hustota [5].

Úloha 21 Spálením jednoho kilogramu vodíku je uvolněna energie asi 10^8 J . Pokud bychom předpokládali, že celé Slunce je složeno pouze z vodíku (pomineme kyslík potřebný ke spalování) a že by energie Slunce pocházela z takového chemického spalování, za jak dlouho by se zásoba vodíku vyčerpala? Potřebné údaje (výkon a hmotnost Slunce) si najdete v tabulkách [2].

Úloha 22 Již 230 let př.n.l. Eratosthenes zjistil, že v době letního slunovratu Slunce prochází zenitem v Syeně (Asuánu), neboť v ten den se zrcadlilo ve velmi hluboké studni. V Alexandrii, kde žil, bylo Slunce vzdáleno od zenitu o $7,5^\circ$ jižně od zenitu. Vzdálenost Syeny a Alexandrie se tehdy odhadovala na 5 000 stadií, přičemž velikost stadia byla pravděpodobně 185 m. Jak na základě těchto údajů lze odhadnout obvod a poloměr Země a kolik takové odhady vycházejí číselně [1]?

Úloha 23 Vzdálenost hvězdy Proxima Centauri od Slunce je $4,27\text{ ly}$ a má zdánlivou hvězdnou velikost 11^m . Vypočítejte její paralaxu a určete absolutní hvězdnou velikost. Na základě výsledků rozhodněte, zda se jedná o obra nebo trpaslíka [1].

Úloha 24 Vypočítejte, kolikrát zvýšila svou svítivost hvězda Nova Aquilae, která měla dne 5. 6. 1918 zdánlivou hvězdnou velikost 10^m a dne 9. 6. 1918 dosáhla velikosti -1^m [1].

Úloha 25 Supernova v mlhovině IC 4182 zvýšila při výbuchu svou zdánlivou velikost z $8,2^m$ na $-16,6^m$ a zářila při tom jako 600 miliard Sluncí. Porovnejte její původní svítivost se Sluncem [1].

Použité prameny

- [1] Kružík, M.: *Sbírka úloh z fyziky pro žáky středních škol*. Praha: SPN, 1979.
- [2] Macháček, M.: *Fyzika pro gymnázia – Astrofyzika*. Praha: Prometheus, 1998.
- [3] Macháček, M.: *Fyzika (sbírka úloh pro společnou část maturitní zkoušky)*. Praha: Tauris, 2001.
- [4] Opatrný, T.; Richterek, L.: *Vybrané partie současné fyziky.*, 2005, elektronický učební text.
URL: <http://muj.opto1.cz/~richterek/data/media/texty/vkf.pdf>
- [5] Phillips, A. C.: *The Physics of Stars*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 1999.
- [6] Štefl, V.; Krtička, J.: *Úlohy z astrofyziky*. Brno: PřF MU, 2000.
- [7] Weinberg, S.: *První tři minuty*. Praha: Mladá fronta, 1998.