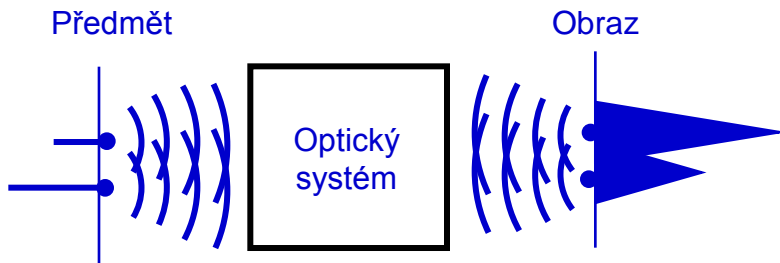


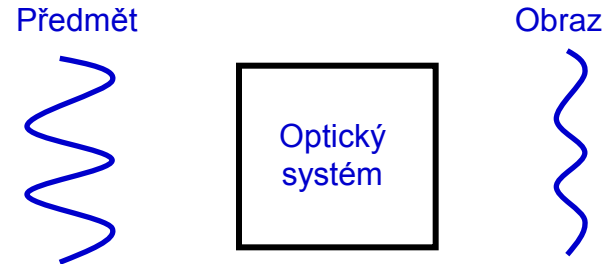
Zobrazení rozlehlého předmětu

Impulzní přístup



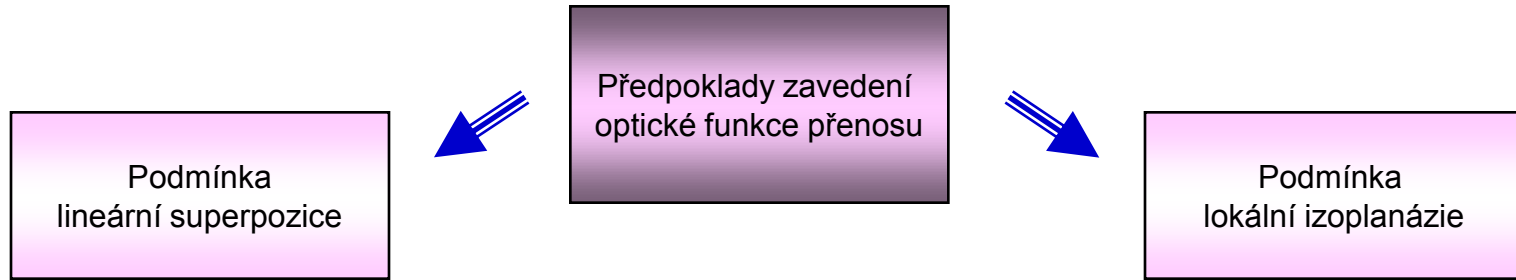
Předmět je považován za soubor sekundárních bodových zdrojů, které vysílají divergentní sférické vlny. Ty jsou zachyceny a transformovány optickým systémem. Každému bodovému sekundárnímu zdroji předmětu odpovídá v obrazové rovině rozptylová ploška jejíž velikost a tvar jsou ovlivněny vlastnostmi optického systému. Výsledný rozruch v daném bodu obrazové roviny pak musí být určen jako součet příspěvků jednotlivých bodových zdrojů předmětu. Protože bodové sekundární zdroje pokrývají předmět spojitě je nutné výsledný rozruch ve vyšetřovaném bodu obrazu určit integrální transformací známou jako *konvoluce*.

Frekvenční přístup



Předmět je s využitím principů Fourierovské optiky reprezentován spojitou superpozicí kosinových mřížek různých prostorových frekvencí, amplitud a fází. Zobrazení pak může být chápáno jako přenos periodických struktur ze kterých je předmět složen. V případě ideálního zobrazení předmětu by mřížky všech prostorových frekvencí musely být přeneseny s nezměněnou amplitudou a fází. Při reálném zobrazení jsou jednotlivé mřížky přeneseny s amplitudovým útlumem případně s fázovým posuvem. V důsledku těchto změn dochází k degradaci obrazu. Metodika hodnocení obrazu založená na analýze přenosu periodických struktur optickým systémem využívá výpočetní aparát známý jako *optická funkce přenosu*.

Podmínky použití frekvenční analýzy zobrazení



Podmínka lineární superpozice:

Hodnocený optický systém musí optický signál, transformovat při splnění podmínky lineární superpozice. Odpovídají-li veličinám f_1 a f_2 v předmětovém prostoru veličiny g_1 a g_2 v obrazovém prostoru, pak veličině f_1+f_2 musí odpovídat veličina g_1+g_2 .

Podmínky lineárního přenosu optického signálu se mění s jeho korelačními vlastnostmi:

koherentní světlo – lineární přenos komplexní amplitudy,

nekoherentní světlo – lineární přenos intenzity,

částečně koherentní světlo – lineární přenos vzájemné intenzity.

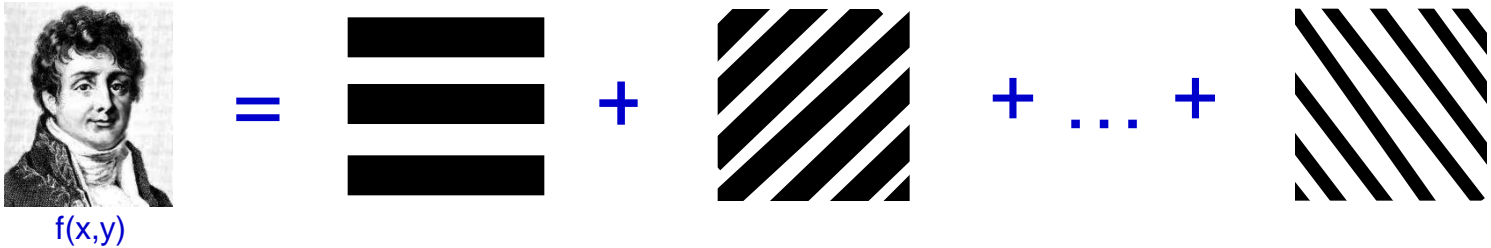
Podmínka lokální izoplanázie

Tato podmínka vyžaduje aby při malém bočním přemístění předmětového bodu došlo k odpovídajícímu přemístění rozptylového obrazce v obrazové rovině beze změny jeho velikosti a tvaru. Má-li předmětový bod souřadnice x_0, y_0 a souřadnice v obrazové rovině jsou x', y' , pak bodová rozptylová funkce má na těchto souřadnicích závislost tvaru $I_N = I_N(x'-x_0, y'-y_0)$.

Princip harmonické analýzy optického signálu

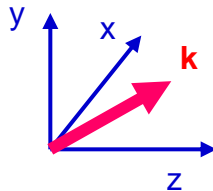
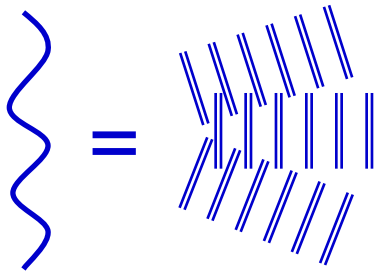
J.-B. J. Fourier (1786-1830)

Objevil harmonickou analýzu, která říká, že periodickou funkci lze považovat za součty sinusovek.



Optický signál, který je v předmětové rovině určen dvourozměrnou funkcí $f(x,y)$, lze nahradit spojitou superpozicí periodických funkcí o rozdílných prostorových frekvencích a komplexních amplitudách.

Periodická funkce (mřížka), která reprezentuje objekt v předmětové rovině odpovídá při šíření vlným prostorem rovinné vlně jejíž směr šíření je určen prostorovou periodou mřížky.



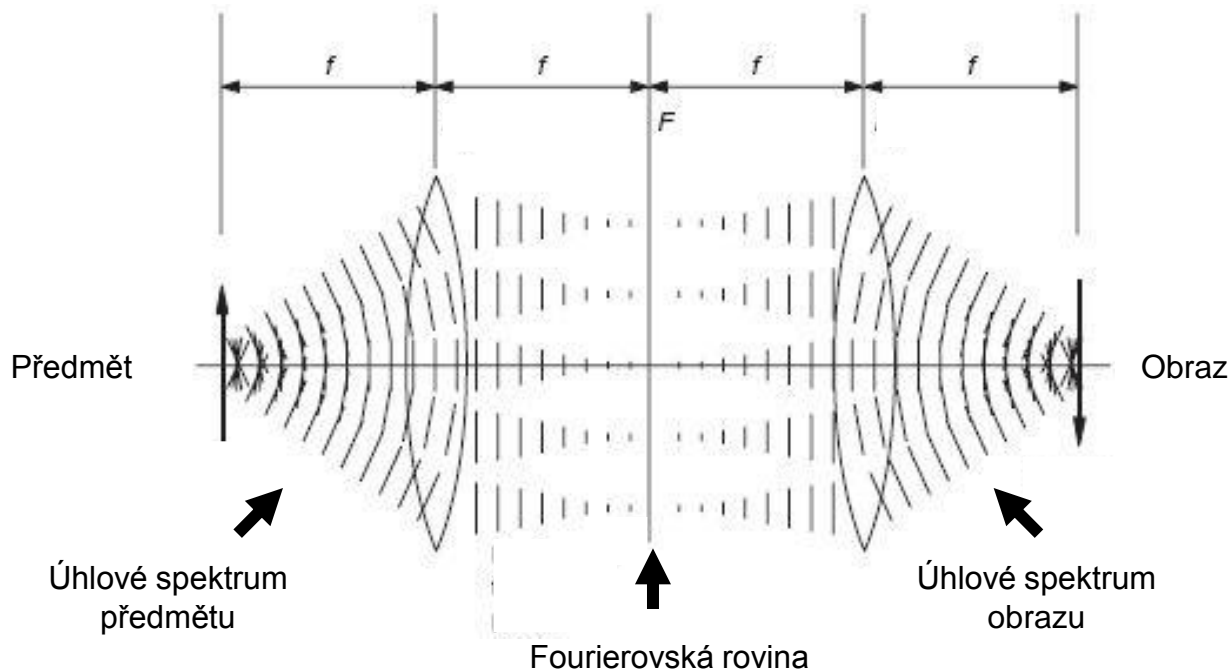
Vztah mezi prostorovými frekvencemi a směry šíření rovinných vln:

$$v_x = \cos \alpha / \lambda, \quad \alpha \text{ a } \beta \text{ jsou úhly, které svírá}$$

$$v_y = \cos \beta / \lambda, \quad \text{vlnový vektor } \mathbf{k} \text{ s osami } x \text{ a } y.$$

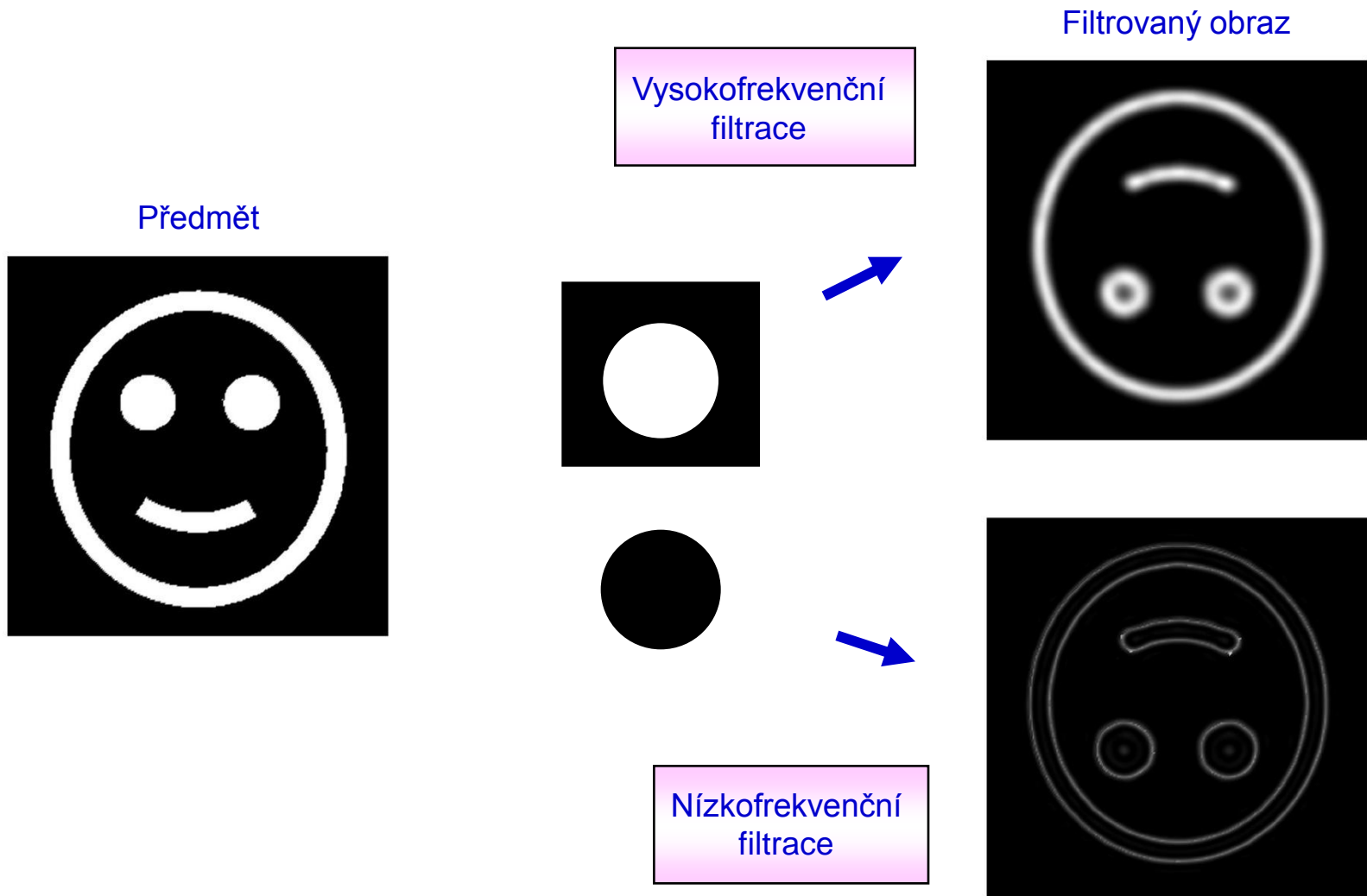
Filtrace prostorového spektra

4 – f optický systém



Předmět je reprezentován úhlovým spektrem, jehož komponenty jsou rovinné vlny různých amplitud a směrů šíření. V ohniskové rovině první čočky je každá z rovinných vln lokalizována v jediném bodě – v této rovině vzniká Fourierovské spektrum předmětu. Vložení vhodného filtru mohou být některé komponenty ze spektra vyřazeny, což se projeví změnou struktury obrazu. Filtraci vysokých (nízkých) prostorových frekvencí lze provést vložení kruhové clony (nepropustného terčičku) do Fourierovské roviny.

Simulace 4 – f systému v prostředí MATLAB



Optická funkce přenosu pro koherentní světlo

Komplexní amplituda
v rovině předmětu
 $U(x_0, y_0)$



Komplexní amplituda
v rovině obrazu
 $U'(x', y')$

Optický systém při zobrazování v koherentním světle charakterizuje *Přístrojová funkce* $G(x', y')$: je to normovaná komplexní amplituda reprezentující obraz bodu (určí se pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce).

Komplexní amplituda v obrazové rovině je určena jako konvoluce komplexní amplitudy předmětu a přístrojové funkce:

$$U'(x', y') = \int \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_0, y_0) G(x' - mx_0, y' - my_0) dx_0 dy_0$$

Zkrácený zápis konvoluce:

$$U' = U * G$$

Zavedení optické funkce přenosu pro koherentní světlo

Konvoluce funkcí U , U a G se dá zapsat jako součin Fourierových obrazů těchto funkcí:

$$\bar{U}' = \bar{U} \bar{G}$$

Funkce $\bar{G}(v_x, v_y) \equiv FT\{G(x, y)\}$ představuje *Optickou funkci přenosu pro koherentní osvětlení*. Lze ji chápat jako poměr komponent Fourierova spektra reprezentujících komplexní amplitudu obrazu a předmětu,

$$\bar{G}(v_x, v_y) = \bar{U}'(v_x, v_y) / \bar{U}(v_x, v_y)$$

Základní pojmy frekvenční analýzy

Pro hodnocení optických systémů se používá normovaná optická funkce přenosu:

$$\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y) = \bar{G}(\nu_x, \nu_y) / \bar{G}(0, 0)$$

Optická funkce přenosu je obecně komplexní funkce a dá se zapsat ve tvaru:

$$\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y) = |\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y)| \exp[i\Phi(\nu_x, \nu_y)]$$

$|\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y)|$ funkce přenosu modulace (kontrastu)

$\Phi(\nu_x, \nu_y)$ funkce přenosu fáze

Výpočet OFP pro koherentní osvětlení

Normovaná OFP pro koherentní světlo je dána pupilovou funkcí OS:

$$\bar{G}_N(v_x, v_y) = P\left(-\frac{\lambda p}{\rho_p} v_x, -\frac{\lambda p}{\rho_p} v_y\right)$$

Speciální případ: Koherentní OFP pro fyzikálně dokonalý systém

Pupilová funkce OS:

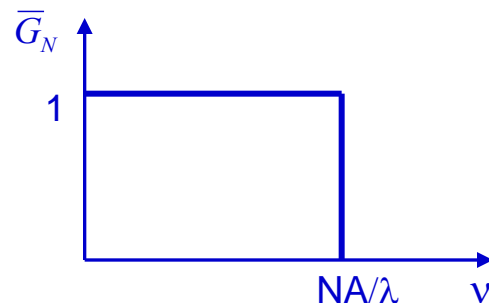
$$P(X_p, Y_p) = \begin{cases} 1 & \text{pro } X_p^2 + Y_p^2 \leq 1 \\ 0 & \text{pro } X_p^2 + Y_p^2 > 1 \end{cases}$$

Průběh OFP:

$$\bar{G}_N(v_x, v_y) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \frac{\lambda^2 p^2}{\rho_p^2} (v_x^2 + v_y^2) \leq 1 \\ 0 & \text{pro } \frac{\lambda^2 p^2}{\rho_p^2} (v_x^2 + v_y^2) > 1 \end{cases}$$

Maximální radiální prostorová frekvence přenesená fyzikálně dokonalým OS s numerickou aperturou NA při koherentním osvětlení:

$$v_{\max} \equiv (v_x^2 + v_y^2)_{\max} = \frac{NA}{\lambda}$$



Optická funkce přenosu pro nekoherentní světlo

Intenzita v rovině předmětu
 $I(x_0, y_0)$



Intenzita v rovině obrazu
 $I'(x', y')$



Optický systém při zobrazování v nekoherentním světle charakterizuje *Bodová rozptylová funkce* $T(x', y')$: je to normovaná intenzita reprezentující obraz bodu (určí se pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce).

Intenzita v obrazové rovině je určena jako konvoluce intenzity předmětu a bodové rozptylové funkce:

$$I'(x', y') = \int \int_{-\infty}^{+\infty} I(x_0, y_0) T(x' - mx_0, y' - my_0) dx_0 dy_0$$

Zkrácený zápis konvoluce:

$$I' = I * T$$

Zavedení optické funkce přenosu pro nekoherentní světlo

Konvoluce funkcí I' , I a T se dá zapsat jako součin Fourierových obrazů těchto funkcí:

$$\bar{I}' = \bar{I} \bar{T}$$

Funkce \bar{T} představuje *Optickou funkci přenosu pro nekoherentní osvětlení*.

Lze ji chápat jako poměr komponent Fourierova spektra reprezentujících intenzitu obrazu a předmětu,

$$\bar{T}(v_x, v_y) = \bar{I}'(v_x, v_y) / \bar{I}(v_x, v_y)$$

Výpočet OFP pro nekoherentní osvětlení

Výpočet pomocí Fourierovy transformace bodové rozptylové funkce

S použitím redukovaných obrazových souřadnic X' a Y' a redukovaných prostorových frekvencí \bar{v}_x, \bar{v}_y může být normovaná OFP pro nekoherentní osvětlení vyjádřena jako Fourierova transformace bodové rozptylové funkce:

$$\bar{T}_N(\bar{v}_x, \bar{v}_y) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(X', Y') \exp[i2\pi(\bar{v}_x X' + \bar{v}_y Y')] dX' dY'}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(X', Y') dX' dY'}$$

kde

$$\bar{v}_x = v_x \frac{p\lambda}{\rho_p}, \quad \bar{v}_y = v_y \frac{p\lambda}{\rho_p}, \quad X' = \frac{x' \rho_p}{p\lambda}, \quad Y' = \frac{y' \rho_p}{p\lambda}$$

Výpočet pomocí autokorelace pupilové funkce

Vyjádříme-li bodovou rozptylovou funkci pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce a použijeme-li větu o posuvu při výpočtu Fourierovy transformace, je možné OFP při nekoherentním osvětlení vyjádřit jako autokorelaci pupilové funkce:

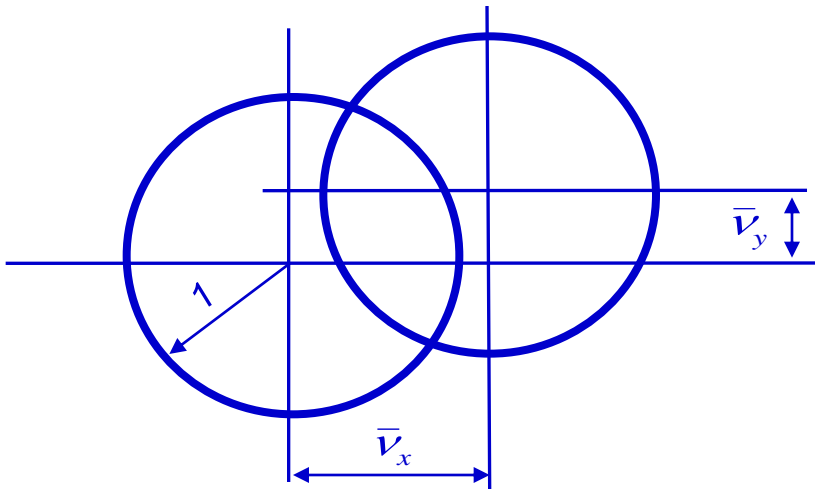
$$\bar{T}_N(\bar{v}_x, \bar{v}_y) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p) P^*(X_p + \bar{v}_x, Y_p + \bar{v}_y) dX_p dY_p}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p) P^*(X_p, Y_p) dX_p dY_p}$$

kde

$$X_p = \frac{x_p}{\rho_p}, \quad Y_p = \frac{y_p}{\rho_p}$$

Nekoherentní OFP pro fyzikálně dokonalý OS

Předpoklad výpočtu: fyzikálně dokonalý systém s kruhovou, homogenně propustnou pupilou



Nekoherentní OFP $\bar{T}_N(\bar{v}_x, \bar{v}_y)$ může být interpretována jako oblast překrytí posunutých oblastí výstupních pupil znázorněných v normovaných souřadnicích.

Maximální přenesená prostorová frekvence:

$$\bar{v}_M = 2 \quad \bar{v}_M = v_M \frac{\lambda p}{\rho_p}$$

$$v_M = \frac{2NA}{\lambda}$$

Fyzikálně dokonalý systém přeneše v nekoherentním světle dvakrát vyšší prostorovou frekvenci než ve světle koherentním (při stejném u a λ).

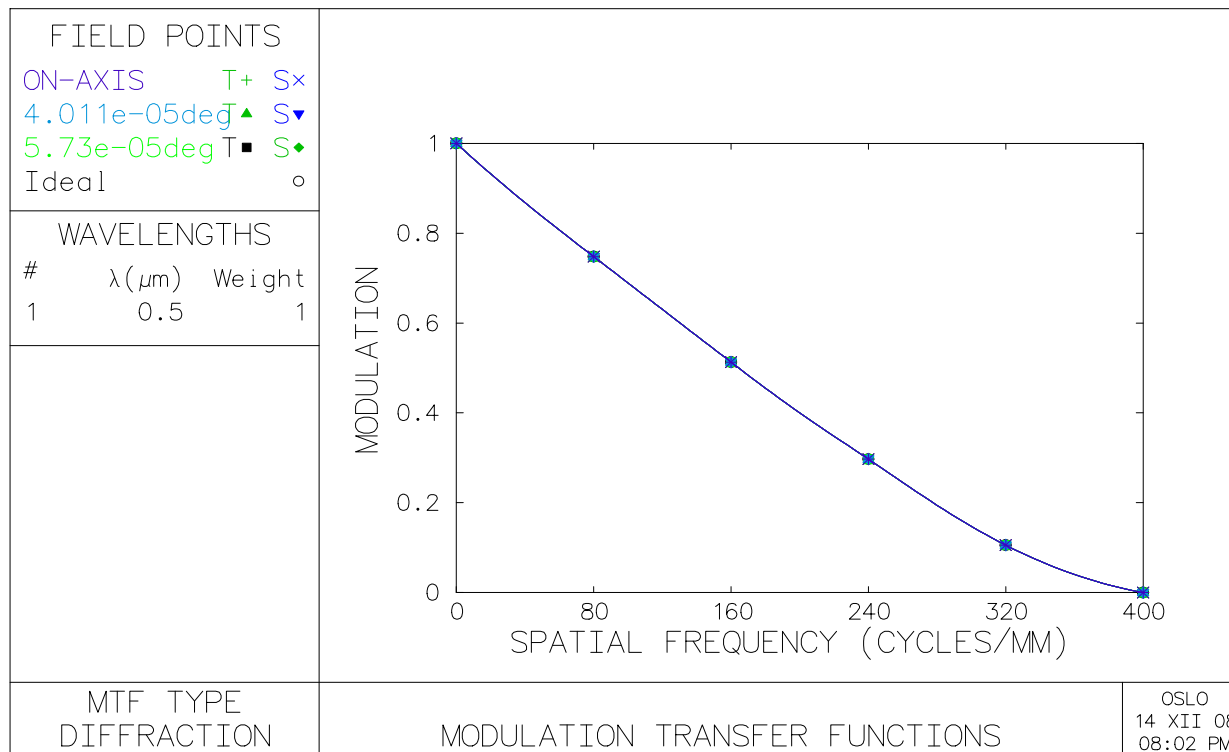
$$\bar{T}_N(\bar{v}_x, 0) = \frac{2}{\pi} \left[\arccos \frac{\bar{v}_x}{2} - \frac{\bar{v}_x}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{\bar{v}_x}{2} \right)^2} \right]$$

Výpočet OFP v programu OSLO

Optický systém: "Perfect Lens", numerická apertura $u=0.1$, příčné měřítko $m=0$

Podmínky zobrazení: nekoherentní světlo $\lambda=500$ nm, osová oblast předmětu, paraxiální obrazová rovina

Maximální přenesená frekvence: $\nu_M=2u/\lambda=400$ čar/mm

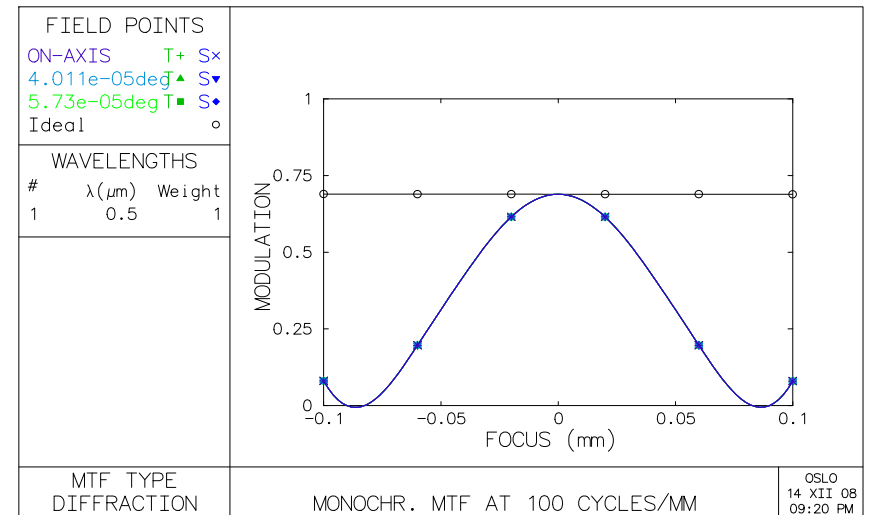
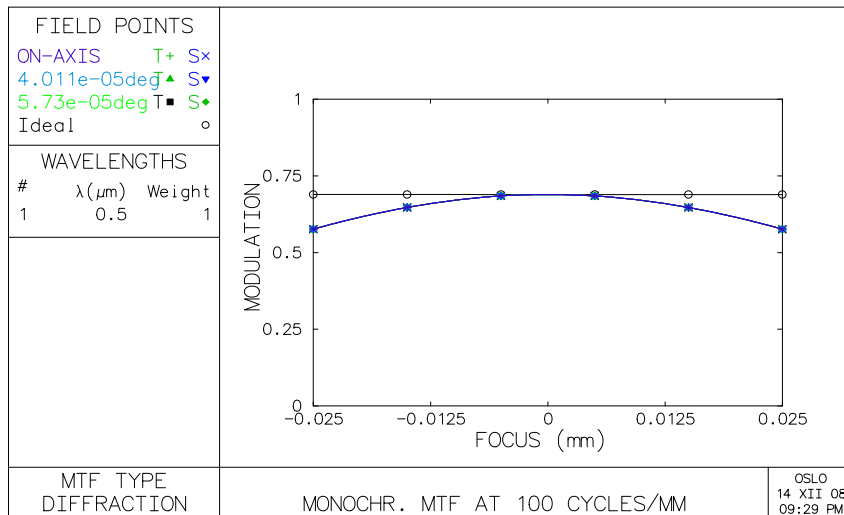


Výpočet OFP v programu OSLO

Optický systém: "Perfect Lens", numerická apertura $u=0.1$, příčné měřítko $m=0$
 Podmínky zobrazení: nekoherentní světlo $\lambda=500$ nm, osová oblast předmětu, prostorová frekvence 100 čar/mm

Přípustné rozostření: $\Delta z_p = \lambda / (2u^2) = 0.025$ mm

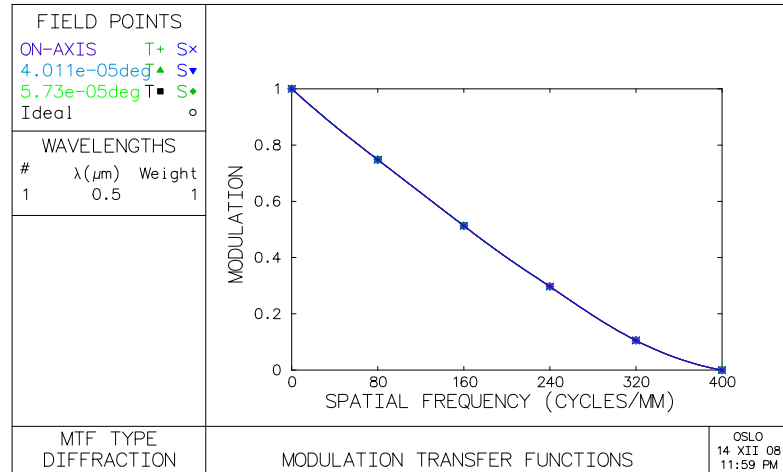
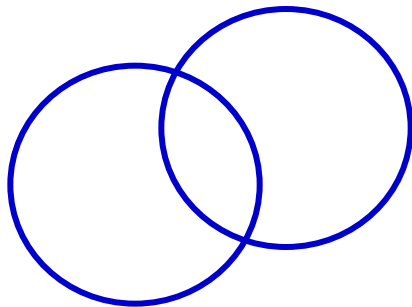
Nepřípustné rozostření: $\Delta z = 4\Delta z_p = 0.1$ mm



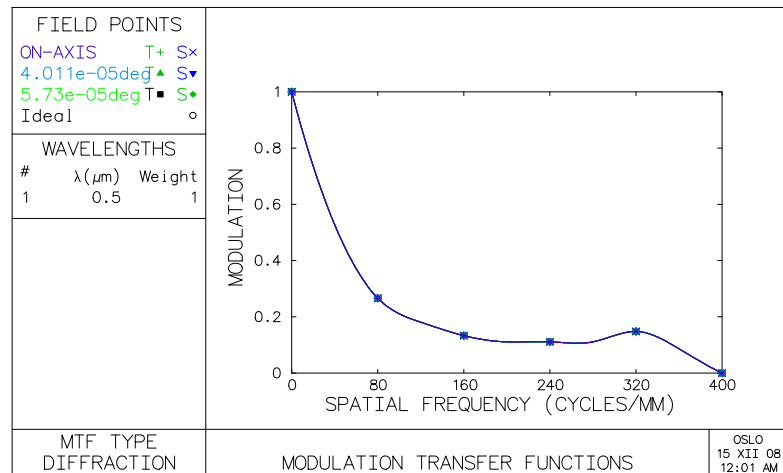
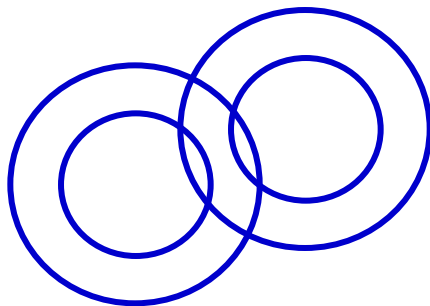
Vliv tvaru výstupní pupily na OFP

„Perfect Lens“: ohnisková vzdálenost 100 mm, numerická apertura 0.1, příčné měřítko 0

Kruhová pupila

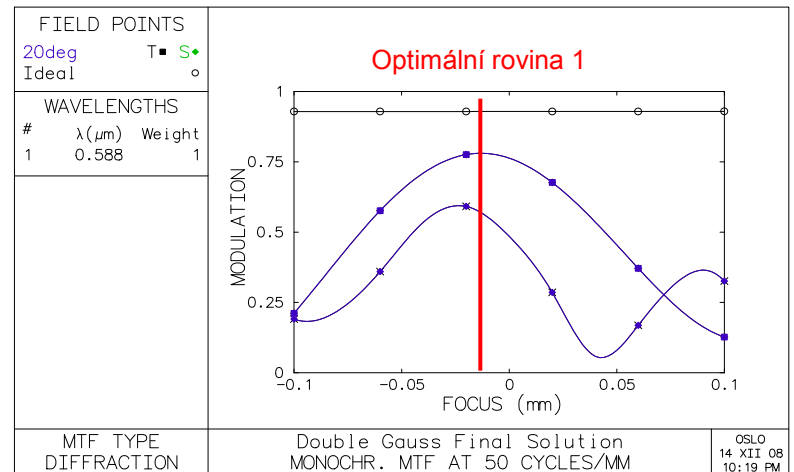
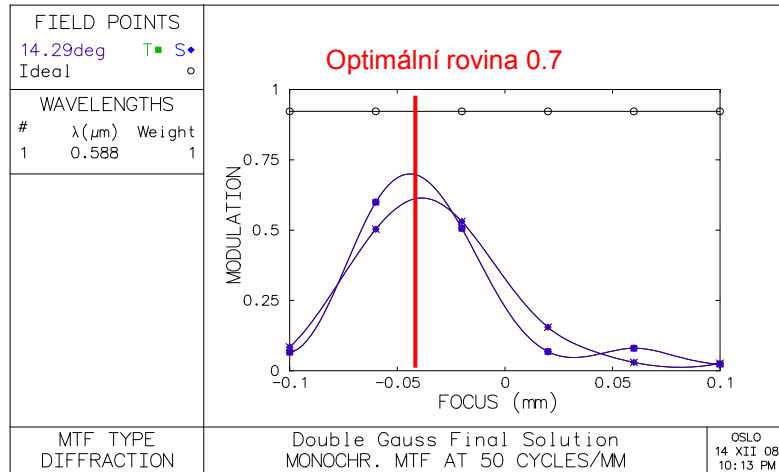
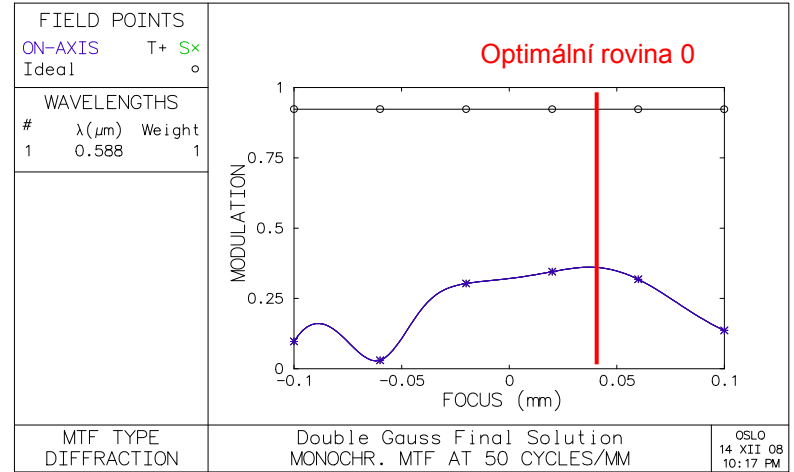
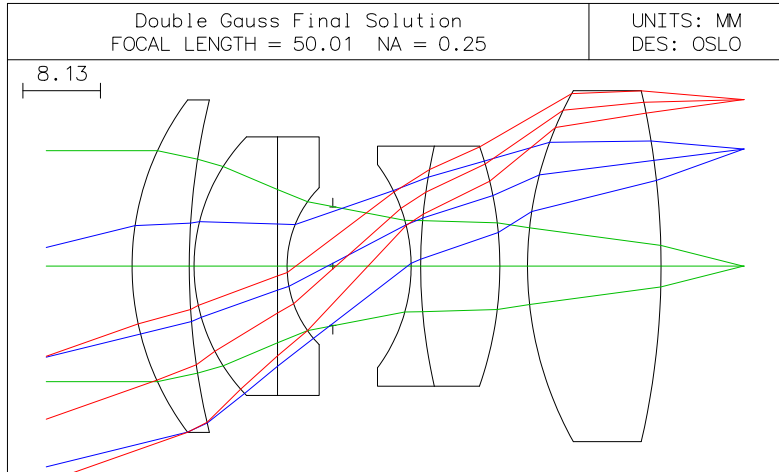


Centrální clonění $m=0.75$



Určení optimální obrazové roviny pomocí OFP

OFP v závislosti na rozostření pro prostorovou frekvenci 50 čar/mm



OFP v paraxiální a optimální obrazové rovině

OFP v závislosti na prostorové frekvenci

Paraxiální obrazová rovina

Optimální obrazová rovina

