



Přírodovědecká fakulta  
Univerzity Palackého

# Optické zobrazování

OPT/OZ ZS 2/1

Studijní obory:

Optika a optoelektronika

Digitální a přístrojová optika

Zdeněk Bouchal

# Obsah přednášek

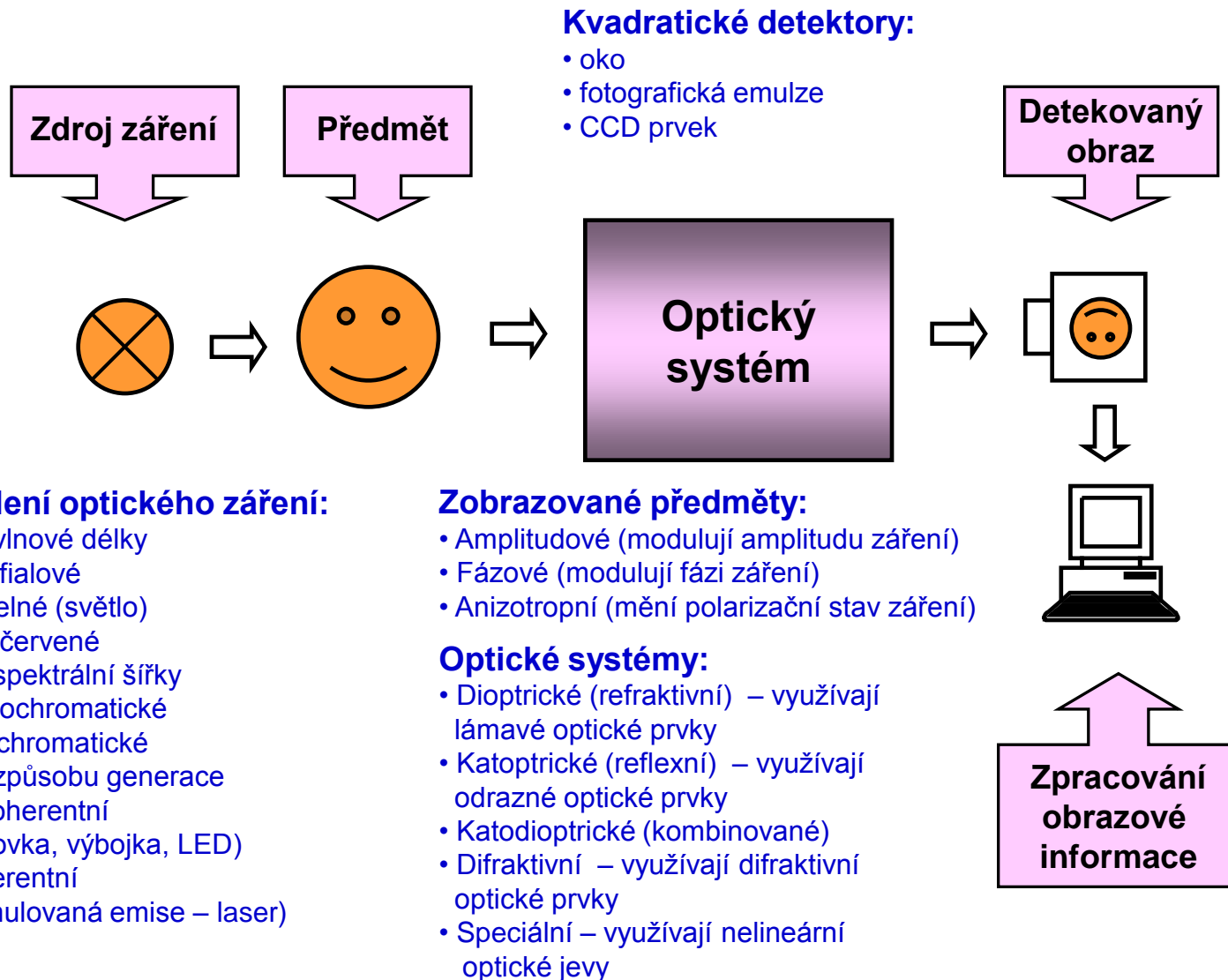
- Př. 1: Matematické, fyzikální a technické aspekty optického zobrazování.
- Př. 2: Bodové zobrazování v přístupu Fraunhoferovy teorie difrakce.
- Př. 3: Analýza vlivu rozostření u fyzikálně dokonalého systému.
- Př. 4: Optické zobrazování při použití apodizace (centrální clonění a gaussovská apodizace).
- Př. 5: Bodové zobrazování systémem s optickými vadami, chromatické vady a jejich korekce.
- Př. 6: Klasifikace a výpočet vlnových vad.
- Př. 7: Kriteria pro hodnocení bodového zobrazování.
- Př. 8: Analýza optimálního zaostření pomocí Strehlova kriteria.
- Př. 9: Zobrazování při částečně koherentním osvětlení.
- Př. 10: Samozobrazování (Talbotův jev) (OSLO, MATLAB – simulace Talbotova jevu v částečně koherentním světle).
- Př. 11: Optická funkce přenosu, výpočet pro koherentní osvětlení.
- Př. 12: Optická funkce přenosu pro nekoherentní osvětlení.
- Př. 13: Praktické použití optické funkce přenosu.

## Literatura :

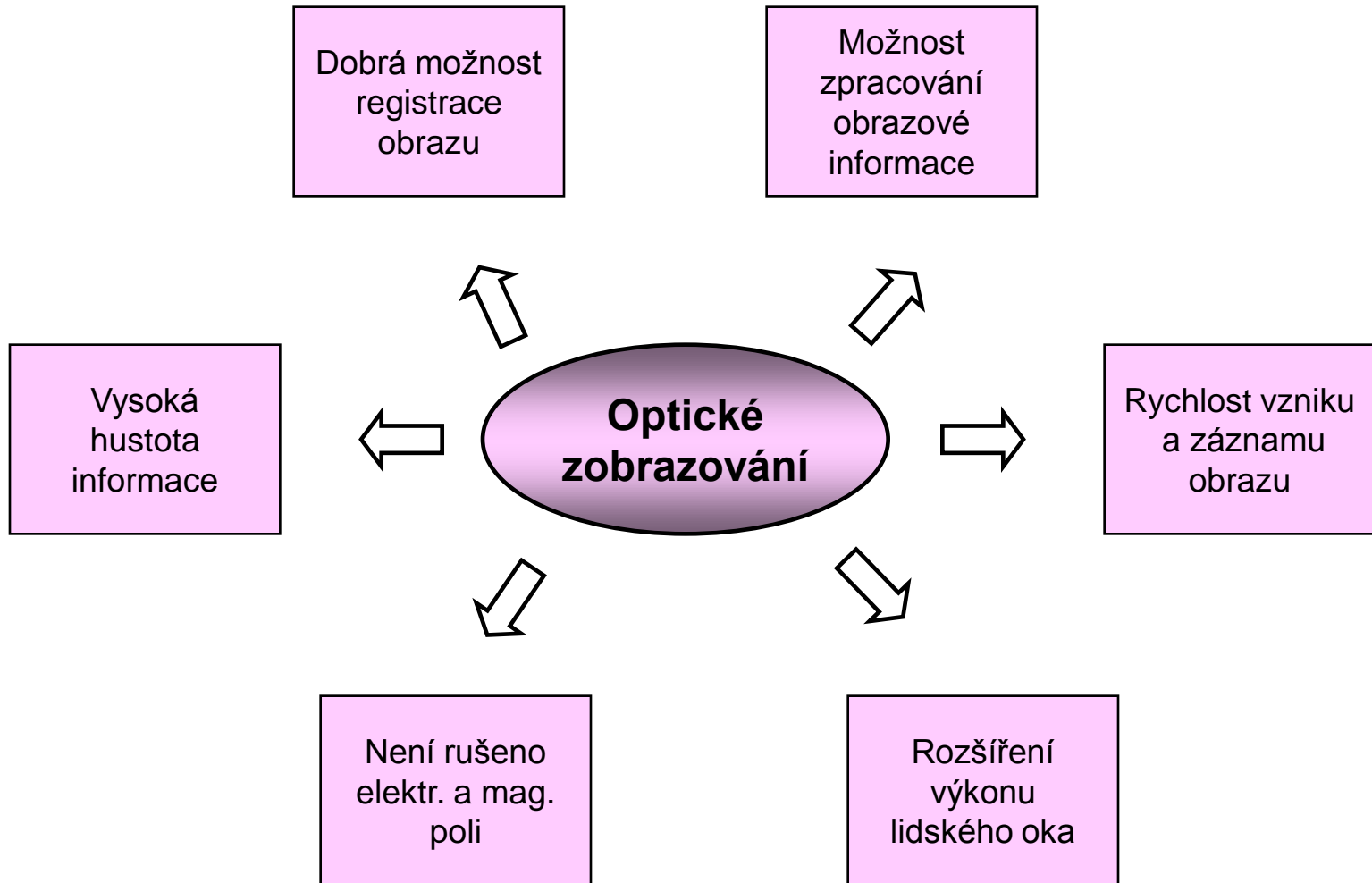
- [1] A. Baudyš, Technická optika, ČVUT Praha, 1989 (skriptum).
- [2] B.E.A. Saleh, M.C. Teich, Fundamentals of Photonics, J. Wiley & Sons, NY, 1991  
(český překlad: Základy fotoniky 1.- 4. díl, vyd. Mat. fyz. fakulta UK Praha, 1994-1996).
- [3] M. Born, E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, Oxford, 1980.
- [4] C. Scott, Introduction to Optics and Optical Imaging, IEEE Press, 1994.
- [5] F.T.S. Yu, I.C. Khoo, Principles of Optical Engineering, J. Wiley & Sons, 1990.

České knihy z optiky a optického zobrazování volně dostupné na: <https://www.opto.cz/knihy/>

# Zobrazovací řetězec



# Výhody optického zobrazování



# Aspekty optického zobrazování

## MATEMATICKÝ:

- Kolineární zobrazování - lineární lomená funkce.
- Paprskové zobrazování - trasovací algoritmy.
- Vlnového zobrazování - využití Fourierovy transformace.

## Aspekty OZ

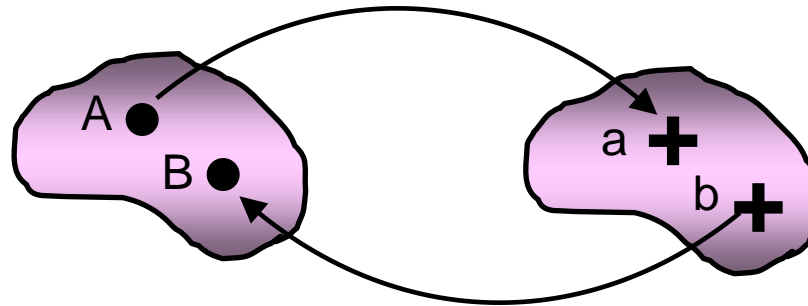
## FYZIKÁLNÍ:

- Fyzikální metody realizace zobrazovací transformace.
- Paprsková a vlnová teorie vzniku obrazu.
  - Metody hodnocení kvality zobrazení.

## TECHNICKÝ:

- Návrh parametrů optických systémů.
  - Toleranční analýza.
- Výroba, montáž a justáž optických systémů.
- Kontrola parametrů a stanovení technických podmínek.

# Kolineární zobrazování



## Podmínky ideálního (kolineárního) zobrazování:

- **Vzájemná jednoznačnost přiřazení**  
(porušení omezuje rozlišovací schopnost optických systémů).
- **Podobnost geometrických tvarů**  
(porušení způsobuje zkreslení obrazu).

Předmět:  $A(X,Y,Z)$

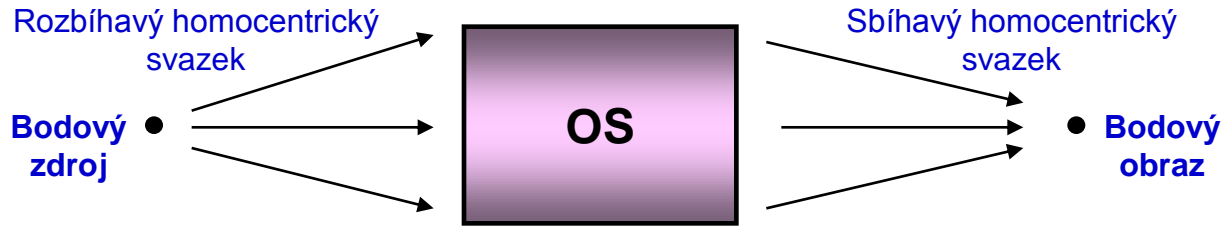
Obraz:  $a(x,y,z)$

**Přiřazení lineární lomenou funkcí:**

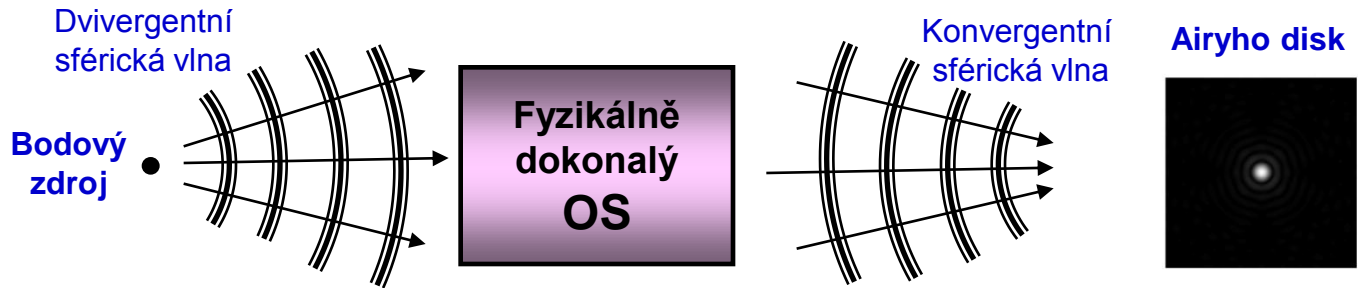
$$x = G_1/G_0 \quad y = G_2/G_0 \quad z = G_3/G_0, \quad G_j = P_j X + Q_j Y + R_j Z + S_j$$

$$X = g_1/g_0 \quad Y = g_2/g_0 \quad Z = g_3/g_0, \quad g_j = p_j x + q_j y + r_j z + s_j$$

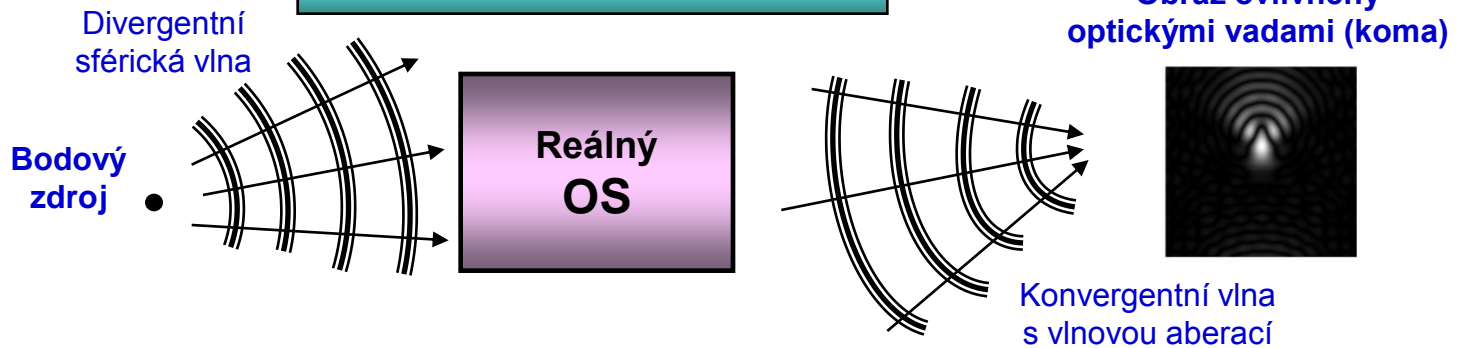
# Ideální zobrazování (paprsková optika)



# Difrakčně omezené zobrazování (vlnová optika)



# Reálné zobrazování



# Jevy využitelné pro optické zobrazování

## **JEVY GEOMETRICKÉ OPTIKY**

Refrakce na rozhraní dielektrik.  
Reflexe.  
Refrakce v nehomogenních  
prostředích.



Metody realizace  
zobrazovací  
transformace



## **JEVY VLNOVÉ OPTIKY**

Difrakce na periodické struktury.  
Anizotropní transformace  
geometrické fáze



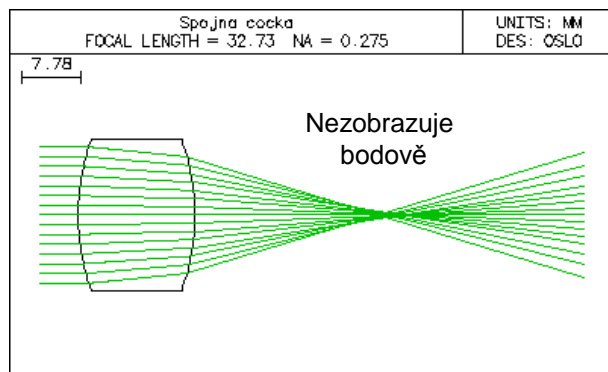
## **JEVY NELINEÁRNÍ OPTIKY**

Optická fázová konjugace.

# Geometricko optické zobrazování

## Spojná čočka se sférickými plochami

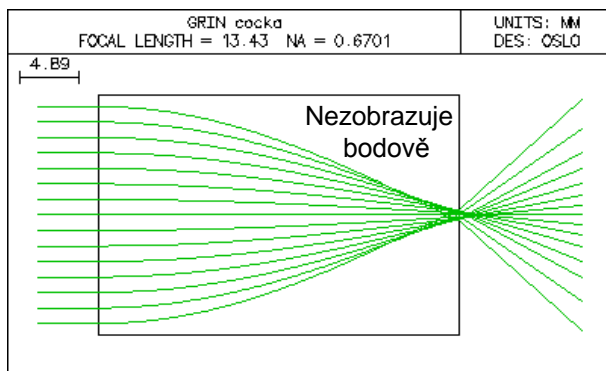
Požadovaný rozdíl optických drah jednotlivých paprsků je dosažen zakřivením rozhraní, která oddělují sklo čočky od okolního prostředí.



Zobrazení je založeno na transformaci paprsků lomem nebo odrazem. Lom může být realizován na rozhraní dvou dielektrických prostředí se skokovou změnou Indexu lomu (běžná čočka se sférickými plochami) nebo průchodem paprsků nehomogenním prostředím se spojitou změnou indexu lomu (např. gradientní nebo Luneburgova čočka).

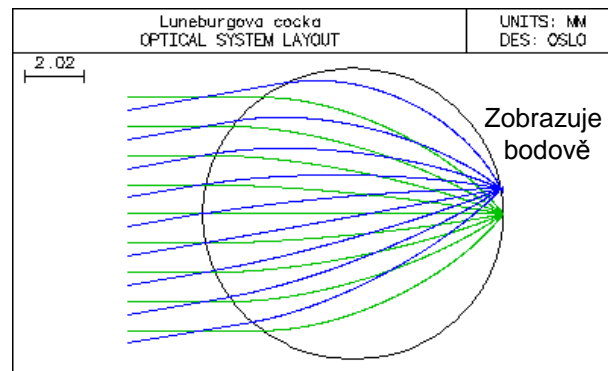
## Gradientní čočka

Čočka je vyrobena z nehomogenního materiálu - index lomu je nejvyšší na ose a se vzdáleností od osy klesá. Okrajové paprsky postupují rychleji než osové, takže rovinná vlnoplocha se zakřivuje a paprsky jsou fokusovány.



## Luneburgova čočka

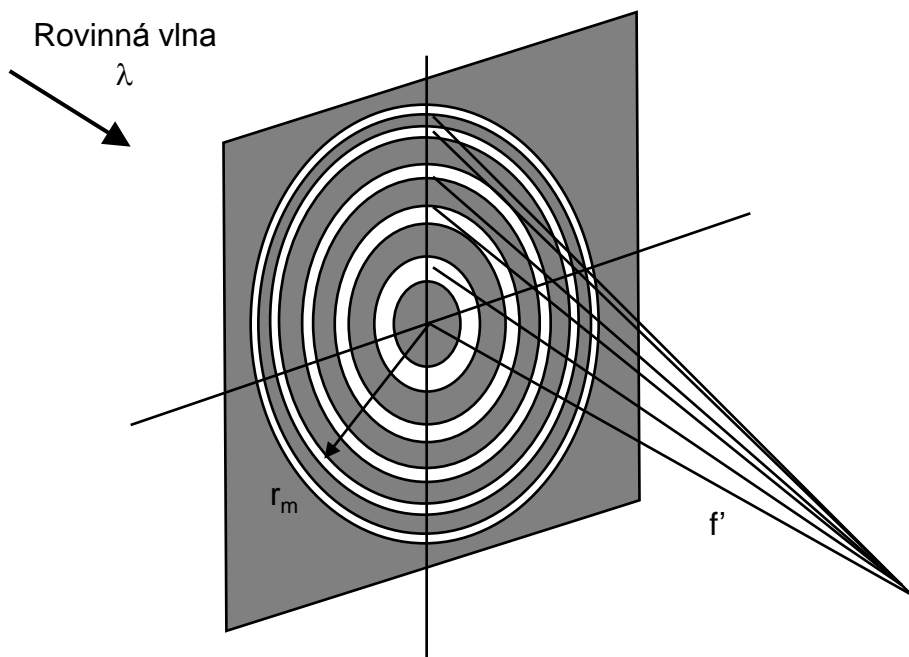
Index lomu čočky má sférickou symetrii. Paprsky jsou zakřivené a sbíhají se v jednom bodě – čočka nevykazuje optické vady.



# Difraktivní optické zobrazování

Při difrakčním zobrazování se využívá difrakce na periodické struktuře, kterou může být například systém mezikruhových štěrbin. Při vhodně zvolených poloměrech štěrbin difraktované světlo v ohniskovém (obrazovém) bodu konstruktivně interferuje a vytváří výraznou světelnou stopu reprezentující obraz bodu.

## Fresnelova zonální destička



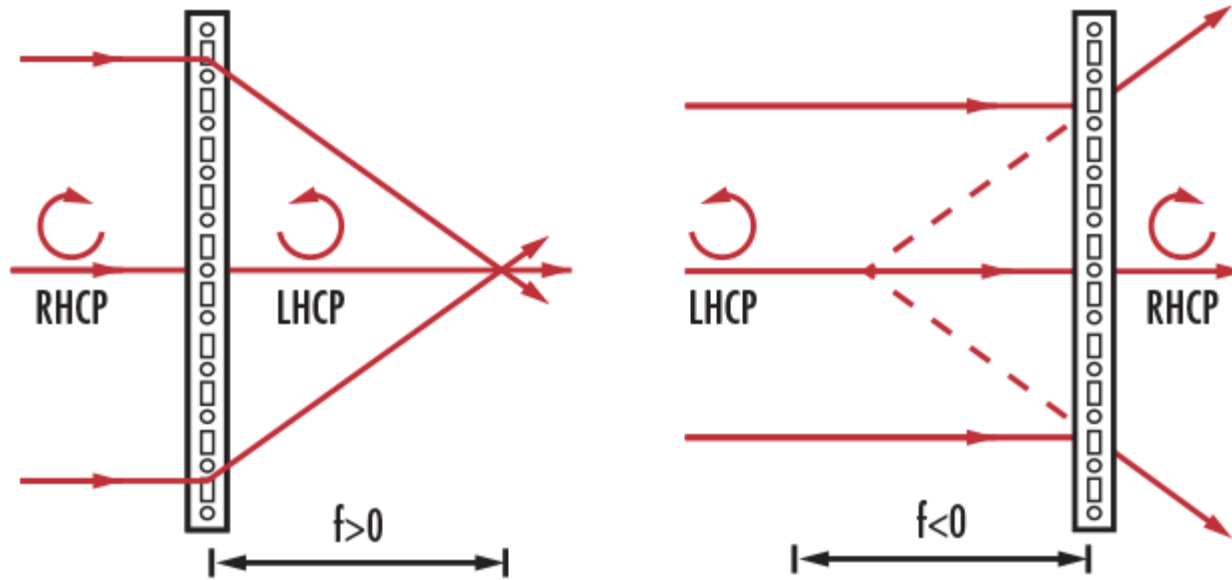
Poloměry štěrbin

$$r_m = \sqrt{m^2 \lambda^2 + 2mf' \lambda}$$

# Geometricko-fázové optické zobrazování

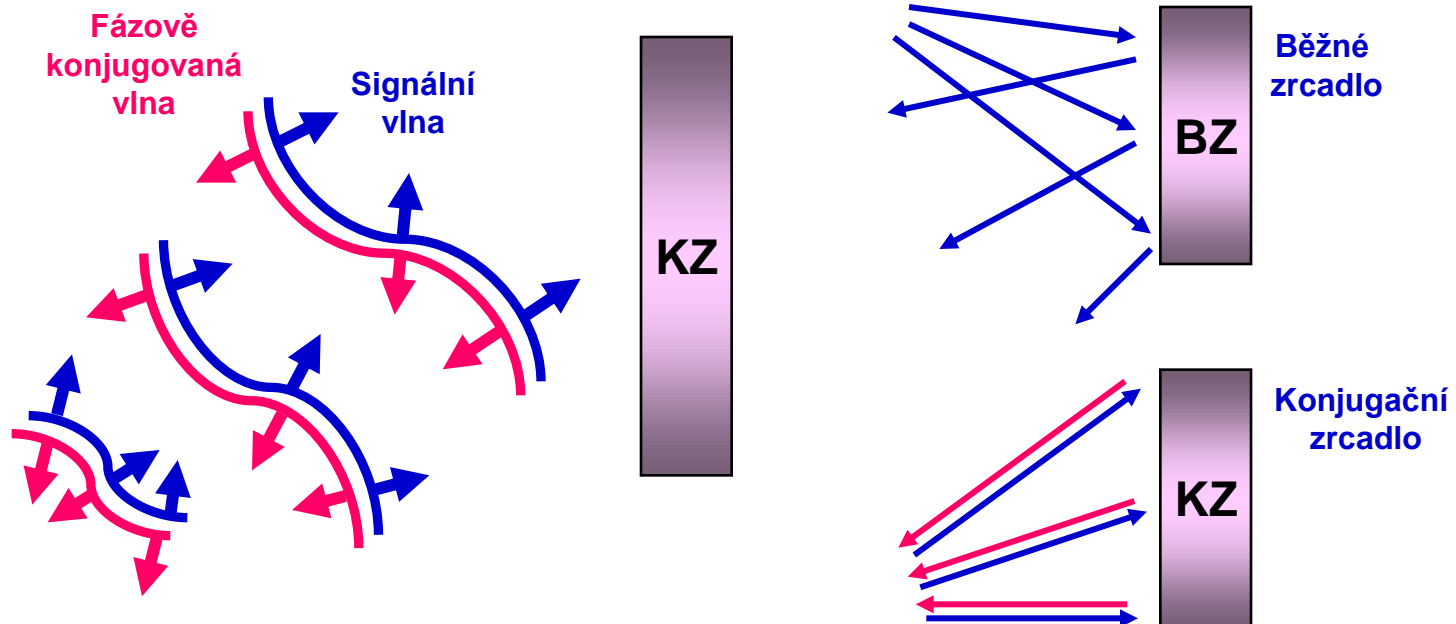
Při transformaci pravotočivé kruhové polarizace na levotočivou a naopak dochází ke změně geometrické fáze, jejíž velikost lze ovládat směrem osy anizotropie. Pokud se nastavení osy anizotropie mění v jednotlivých bodech roviny (x,y), pak se v těchto bodech taky různě (a ovladatelně) mění geometrická fáze. To dává možnost tvarování vlnoplochy pomocí tenkých optických prvků.

## Tenká polarizačně směrovaná čočka



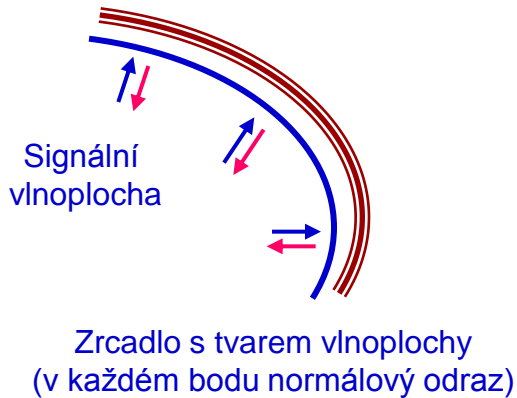
# Bezčočkové optické zobrazování

Bezčočkové optické zobrazování využívá **optické fázové konjugace (OFK)**. OFK představuje proces, při kterém je dané **signální vlně** přiřazena tzv. **fázově konjugovaná vlna**, jejíž fáze je určena komplexním sdružením fáze vlny signální. Tomuto stavu odpovídá časová reverze - konjugovaná vlna je „historií“ vlny signální. To odpovídá situaci, kdy konjugovaná vlna retrasuje optickou dráhu vlny signální. Zařízení, ve kterém k fázové konjugaci dochází se nazývá **konjugační zrcadlo (KZ)**.

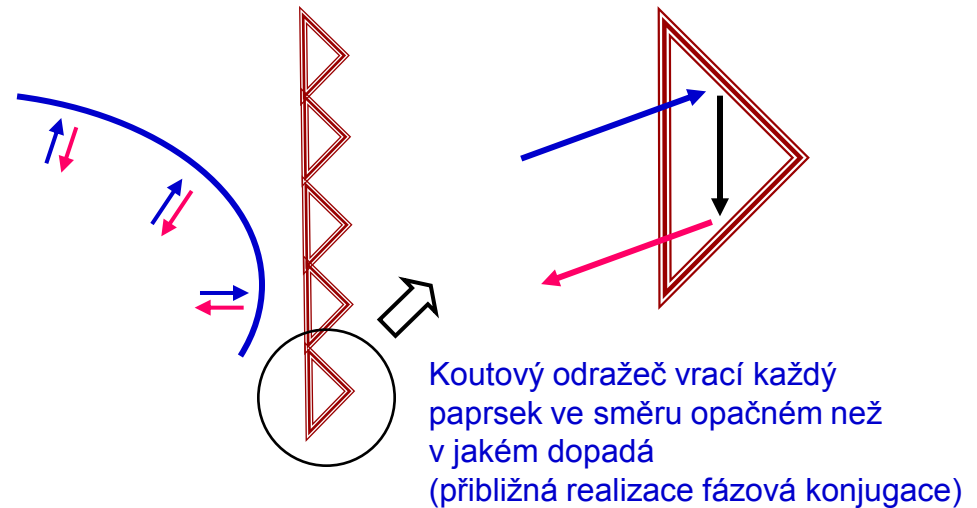


# Realizace konjugačního zrcadla

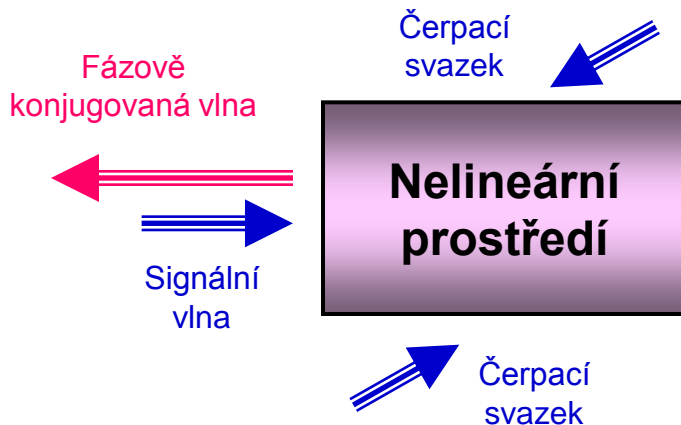
## Hypotetická metoda



## Matice koutových odražečů



## Nelineární optika (čtyřvlnové směšování)



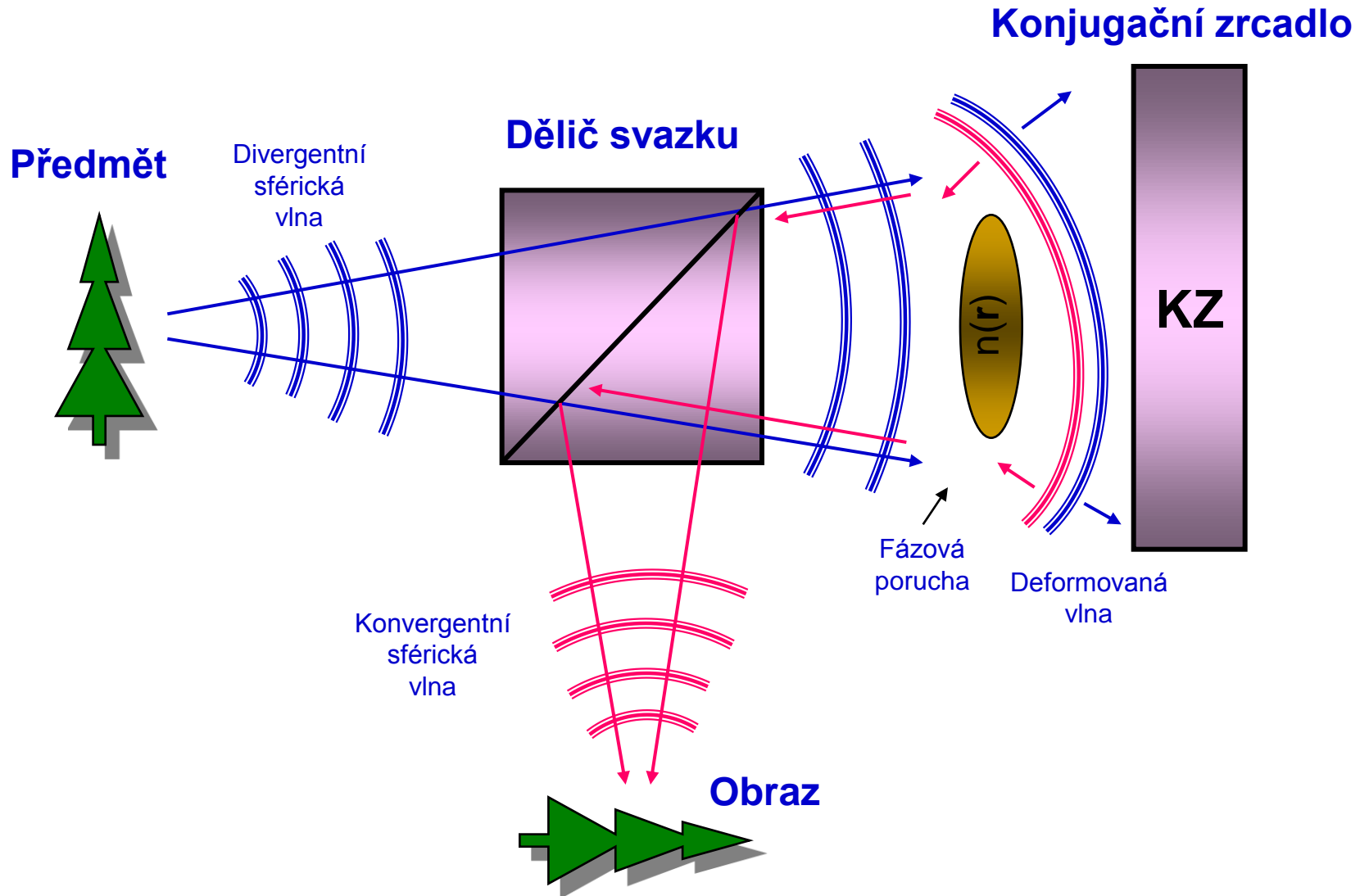
Prostředí s nelinearitou 3. řádu (kerrovské prostředí typu  $\text{CS}_2$ , fotorefraktivní krystaly  $\text{BaTiO}_3$  nebo BGO) je čerpáno silnými protiběžnými laserovými svazky a současně exponováno signální vlnou. Nelineární interakcí těchto vln vzniká fázově konjugovaná replika signální vlny. Interakce probíhá s téměř okamžitou odezvou a je efektivní jsou-li sladěny frekvence všech vln. V tomto případě je možný režim zesílení (konjugovaná vlna má větší intenzitu než signální).

# Kompenzace fázových poruch

Vlastnosti fázově konjugované vlny umožňují odstranění poruch její vlnoplochy dvojnásobným průchodem přes prostředí, které poruchy způsobuje. Tato vlastnost se dá využít pro realizaci bezčočkového zobrazování nebo pro adaptivní navigaci laserového svazku na pohyblivý cíl.



# Schéma bezčočkového zobrazování



# Prvky pro geometricko optické zobrazování

## NORMÁLNÍ PRVKY

- Centrované sférické čočky.
- Centrovaná sférická zrcadla.

## SPECIÁLNÍ PRVKY

- Asférické čočky.
- Asférická zrcadla.

## NEHOMOGENNÍ PRVKY

- Gradientní čočky

## Geometricko optické zobrazování

## NECENTRICKÉ PRVKY

- Válcové čočky.
- Torické čočky.

## PRVKY S NESPOJITÝMI PLOCHAMI

- Fresnelovy čočky.
- Voštinové čočky.

# Prvky pro vlnové zobrazování

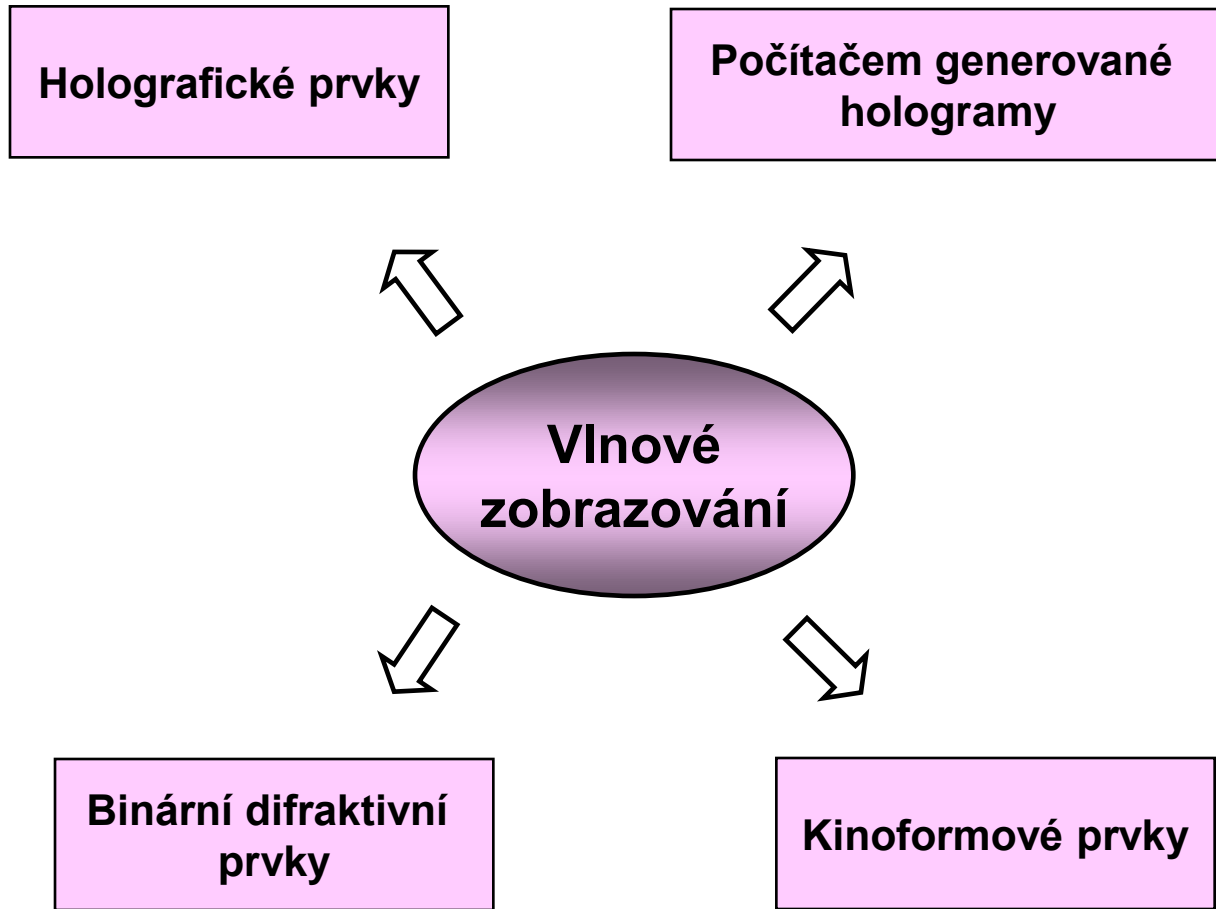
Holografické prvky

Počítačem generované  
hologramy

Vlnové  
zobrazování

Binární difrakční  
prvky

Kinoformové prvky



# Základní pojmy optického zobrazování

## Fyzikálně dokonalý OS:

Optický systém, který nevykazuje žádné paprskové vady a jeho obrazový výkon je omezen ohybovými jevy.

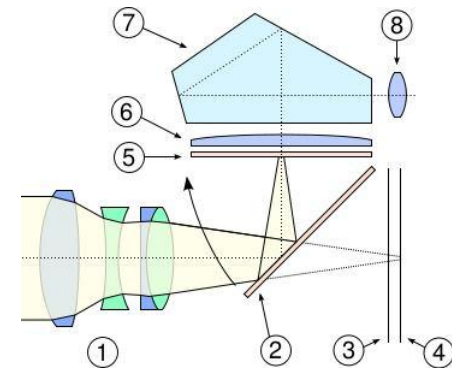
## Reálný OS:

Optický systém tvořený reálnými optickými a mechanickými prvky (soustava čoček, zrcadel).



## Modelový OS:

Nehmotný systém umožňující optimalizaci parametrů a výpočetní analýzu dosaženého obrazového výkonu. Je určen základními geometrickými parametry (poloměry křivosti optických ploch, účinné průměry optických prvků, tloušťky) a materiálovými parametry (indexy lomu).



## Abstraktní OS:

V teorii vlnového zobrazování je modelový OS nahrazen **pupilovou funkcí**, která definuje základní optické vlastnosti modelového OS.

## Aperturní clona:

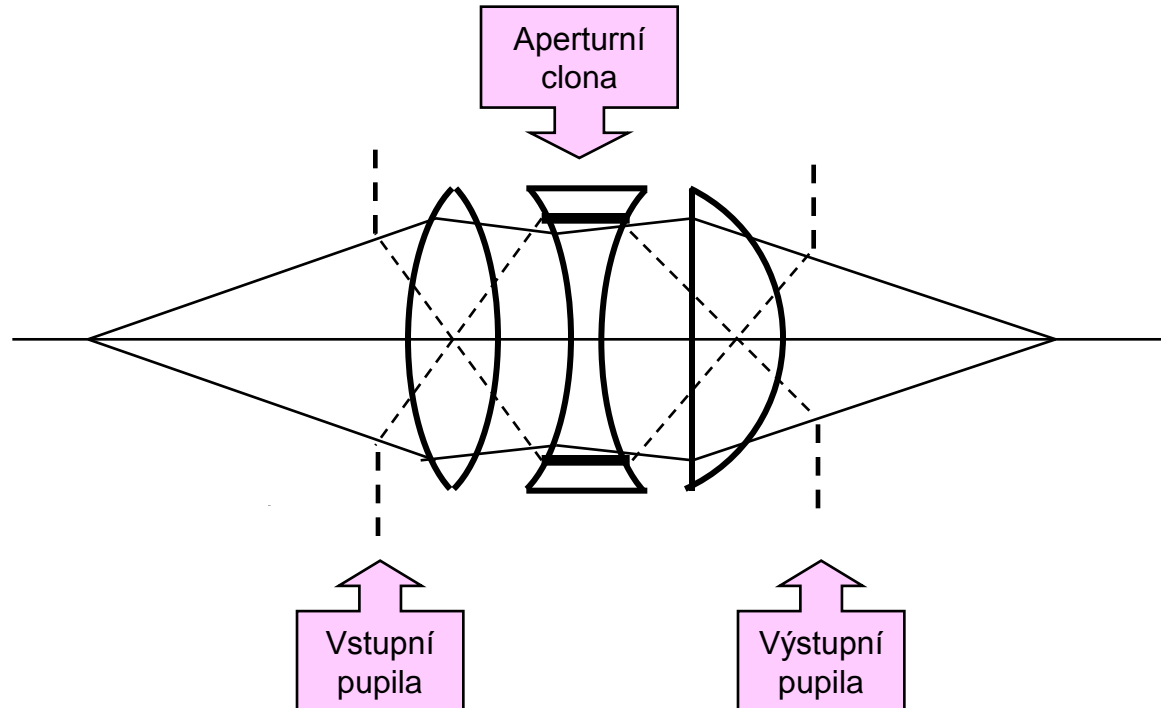
Reálná clona nebo objímka, která omezuje svazek paprsků vstupující do OS z osového bodu (aperturní svazek paprsků).

## Vstupní pupila:

Zobrazením aperturní clony do předmětového prostoru pomocí OS, který předchází aperturní cloně je vytvořen obraz aperturní clony nazývaný vstupní pupila.

## Výstupní pupila:

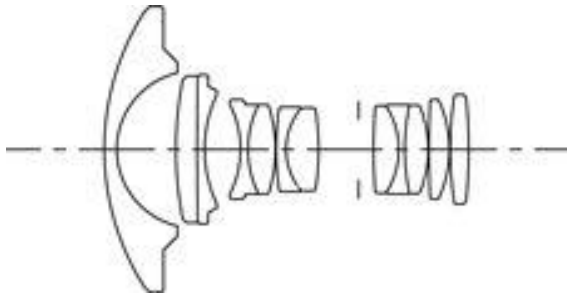
Zobrazením aperturní clony do obrazového prostoru pomocí OS, který následuje za aperturní clonou je vytvořen obraz aperturní clony nazývaný výstupní pupila.



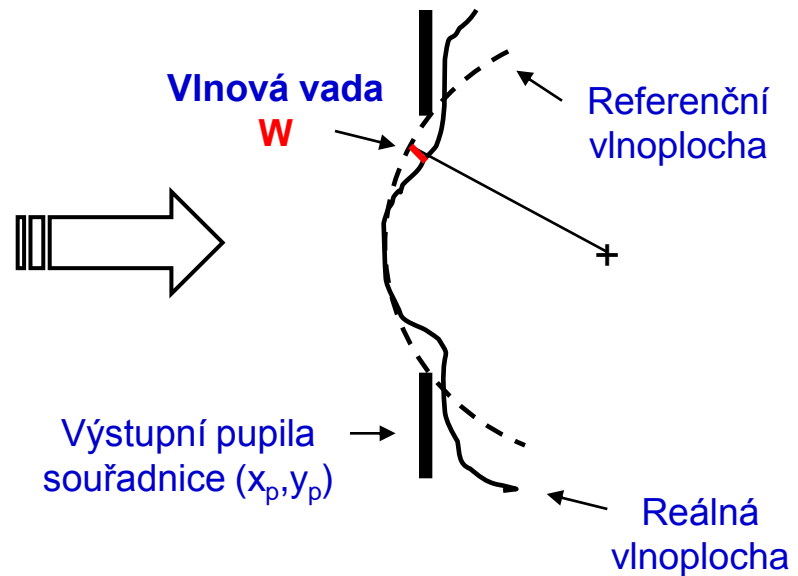
## Pupilová funkce:

Funkce, která je nenulová v oblasti výstupní pupily a nulová mimo ni. Je to komplexní funkce, jejíž amplituda určuje propustnost OS a fázový člen vyjadřuje vlnové vady zavedené OS.

### Modelový optický systém



### Abstraktní optický systém



Pupilová funkce

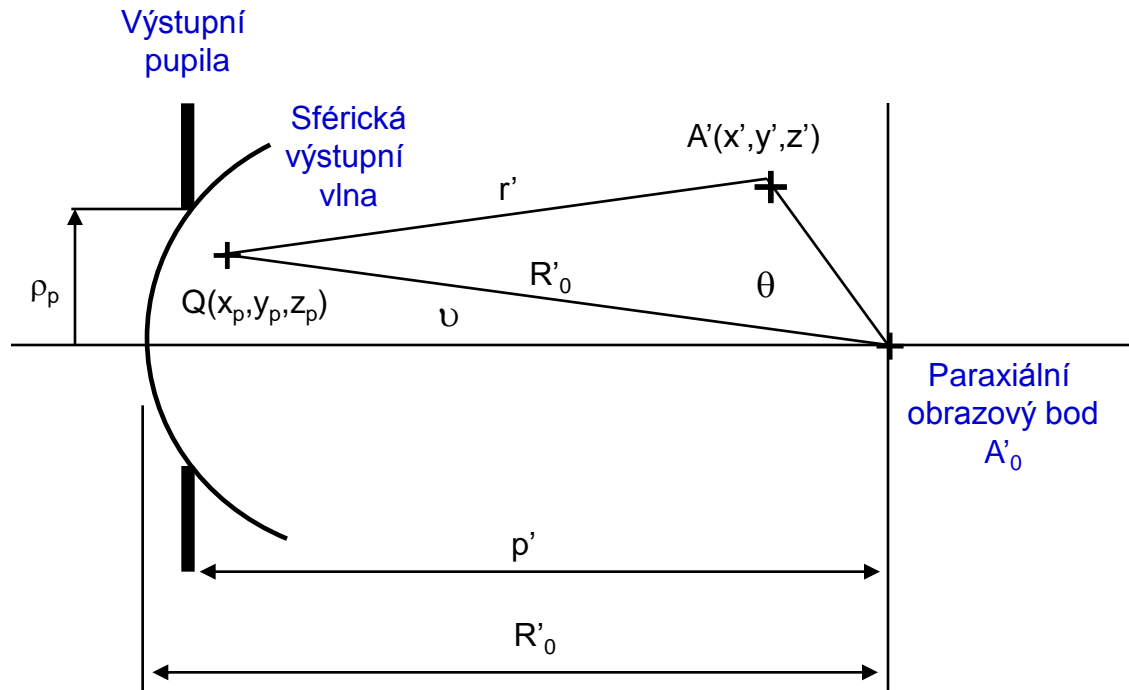
Amplitudová propustnost

Vlnové číslo

Funkce vlnových vad

$$P(x_p, y_p) = P_0(x_p, y_p) \exp[ikW(x_p, y_p)]$$

# Zobrazení bodového zdroje



Komplexní amplituda v bodě  $A'$ :

$$a(x', y', z') \approx i \frac{1}{\lambda R'_0} \exp(ikR'_0) \iint_S P(x_p, y_p, z_p) \exp(-ikr') dS$$

# Komplexní amplituda v obraze bodu

## Difrakční integrál ve sférických souřadnicích

### Pupilové souřadnice:

$$x_p = R_0 \sin \nu \cos \varphi_p$$

$$y_p = R_0 \sin \nu \sin \varphi_p$$

$$z_p = R_0 \cos \nu$$

### Obrazové souřadnice:

$$x' = \rho' \sin \theta' \cos \varphi'$$

$$y' = \rho' \sin \theta' \sin \varphi'$$

$$z' = \rho' \cos \theta'$$

$$a(\rho', \theta') = K \int_0^u \int_0^{2\pi} P(\vartheta, \varphi_p) \sin \vartheta \exp \left[ ik\rho' (\sin \vartheta \sin \theta' \cos \varphi_p \cos \varphi' + \sin \vartheta \sin \theta' \sin \varphi_p \sin \varphi' + \cos \vartheta \cos \theta') \right] d\vartheta d\varphi_p$$

### Kruhově souměrná pupilová funkce: $P(\vartheta, \varphi_p) \equiv P(\vartheta)$

Vyhodnocení obrazu v rovině  $(x', z')$ :

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi i^n} \int_0^{2\pi} \exp(ix \cos \Phi + in\Phi) d\Phi$$

$$a(\rho', \theta') = 2\pi K \int_0^u P(\vartheta) J_0(k\rho' \sin \vartheta \sin \theta') \sin \vartheta \exp(ik\rho' \cos \vartheta \cos \theta') d\vartheta$$

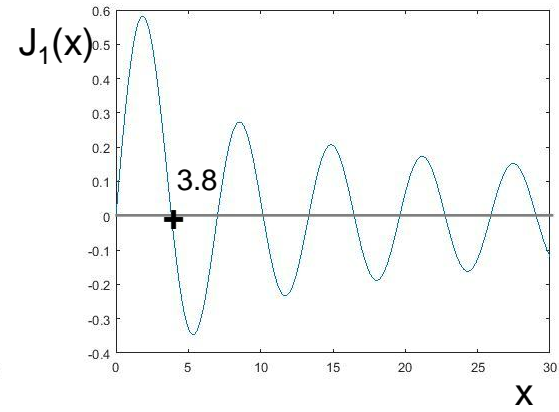
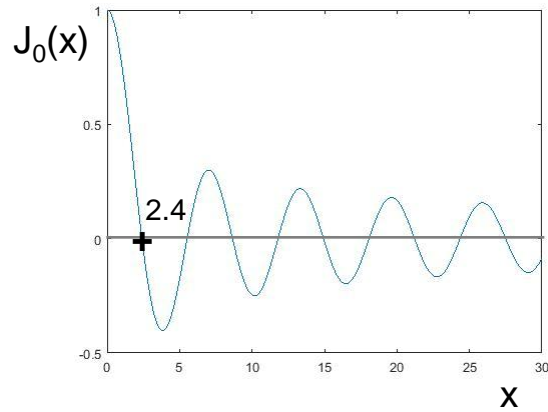
$K$  ..... konstantní výraz (není významný – v zobrazování pracujeme s normovanou intenzitou)

$k$  ..... vlnové číslo ( $k = 2\pi/\lambda$ )

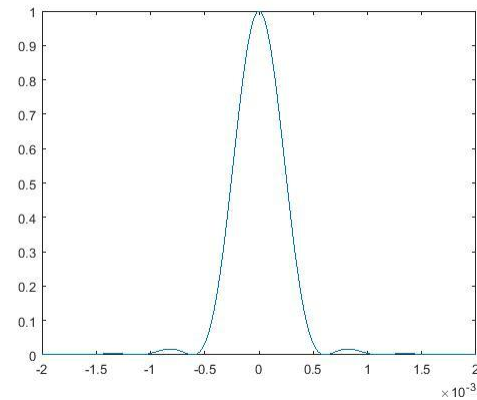
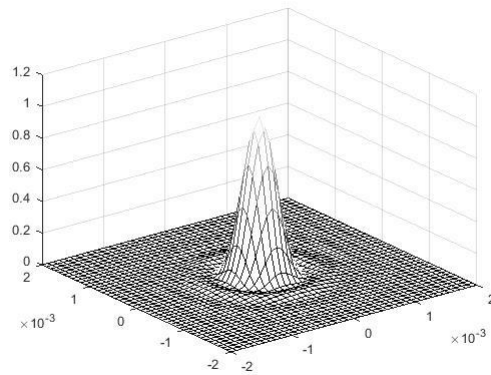
$J_0$  ..... Besselova funkce 1. druhu, nultého řádu

$u$  ..... obrazová apertura optického systému

## Besselova funkce $J_0$ a $J_1$



Obraz bodu (Airyho disk) vytvořený fyzikálně dokonalým systémem s kruhovou pupilou



$$\rho_0 = 0.61 \lambda / \sin u$$

## Difrakční integrál v kartézských souřadnicích

Komplexní amplituda v obraze bodového zdroje je určena jako  
**Fourierova transformace pupilové funkce:**

$$a(X', Y', \Delta Z') = K \int \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p, \Delta Z') \exp[i2\pi(X_p X' + Y_p Y')] dX_p dY_p$$

$$X_p = \frac{x_p}{\rho_p}, \quad Y_p = \frac{y_p}{\rho_p},$$

normované pupilové souřadnice

$$X' = \frac{(x' - x_0)\rho_p}{\lambda R_0'}, \quad Y' = \frac{(y' - y_0)\rho_p}{\lambda R_0'},$$

normované obrazové souřadnice

$$P(X_p, Y_p, \Delta Z') = P(X_p, Y_p) \exp(ikW_D), \quad W_D = -\frac{(X_p^2 + Y_p^2)\rho_p^2 \Delta Z'}{2R_0'^2}.$$



Výsledná  
pupilová funkce

Pupilová funkce  
systému

Fázový člen  
způsobený  
rozostřením

## Difrakční integrál ve válcových souřadnicích

Pro rotačně souměrný systém je komplexní amplituda v obraze bodu vyjádřena pomocí válcových souřadnic jako **Hankelova transformace pupilové funkce:**

$$a(R') = K \int_0^{\infty} P(R_p, \Delta Z') J_0(2\pi R_p R') R_p dR_p$$

$R_p = (X_p^2 + Y_p^2)^{1/2}$  . . . . radiální válcová souřadnice v pupile

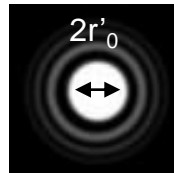
$R' = (X'^2 + Y'^2)^{1/2}$  . . . . radiální válcová souřadnice v obrazové rovině

$J_0$  . . . . Besselova funkce 1. druhu 0. řádu

Přesně zaostřený fyzikálně dokonalý OS s kruhovou homogenně propustnou pupilou ( $P=\text{konst}$ ) :

### Airyho disk

$$a(R') \approx \frac{2J_1(2\pi R')}{2\pi R'}$$



### Poloměr Airyho disku

Normované obrazové souřadnice:

$$\Delta R' = \frac{3.8}{2\pi} \approx 0.61$$

Původní obrazové souřadnice:

$$\Delta r'_0 = \frac{\lambda p \Delta R'}{\rho_p} = 0.61 \frac{\lambda}{u}$$

### Jacobiho-Angerův rozvoj

$$e^{ix \cos \theta} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i^m J_m(x) e^{im\theta}$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(n\theta) \cos(m\theta) d\theta = \pi \delta_{nm}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(n\theta) \sin(m\theta) d\theta = \pi \delta_{nm}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(n\theta) \cos(m\theta) d\theta = 0$$

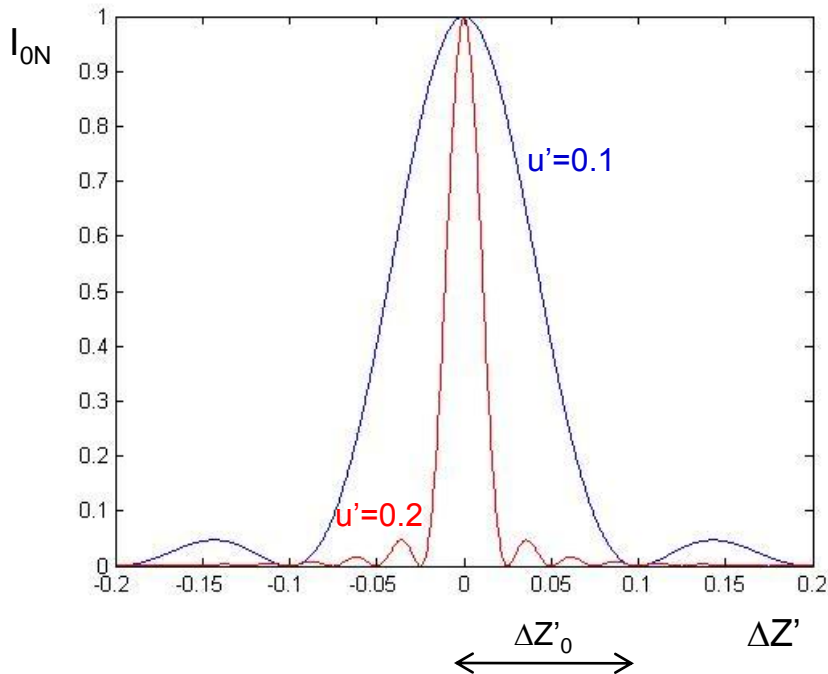
## Osová intenzita obrazu při rozostření

$$a_0(\Delta Z') \equiv a(R'=0) = K \int_0^{\infty} P(R_p, \Delta Z') R_p dR_p$$

$$a_0(\Delta Z') = K \int_0^1 \exp\left(-i \frac{1}{2} k R_p^2 u'^2 \Delta Z'\right) R_p dR_p$$

Změna normované osové intenzity při rozostření obrazu

$$I_{0N}(\Delta Z') = \text{sinc}^2\left(\frac{\pi u'^2 \Delta Z'}{2\lambda}\right), \quad \text{kde } u' = \frac{\rho_p}{R_0'}$$



**Maximální rozostření**  
(pokles  $I_{0n}$  na nulovou hodnotu)

$$\Delta Z'_0 = 2 \frac{\lambda}{u'^2}$$

# Zobrazení bodu fyzikálně dokonalým systémem

## Fyzikálně dokonalý systém v programu OSLO

### Menu programu Oslo:

„Perfect Lens“ (PL)

### Parametry PL:

- ohnisková vzdálenost
- příčné měřítko zobrazení
  - obrazová apertura

### Vlastnosti PL:

bodové zobrazení rovinného předmětu při zvoleném příčném měřítku  
(vliv ohybu světla uvažován)

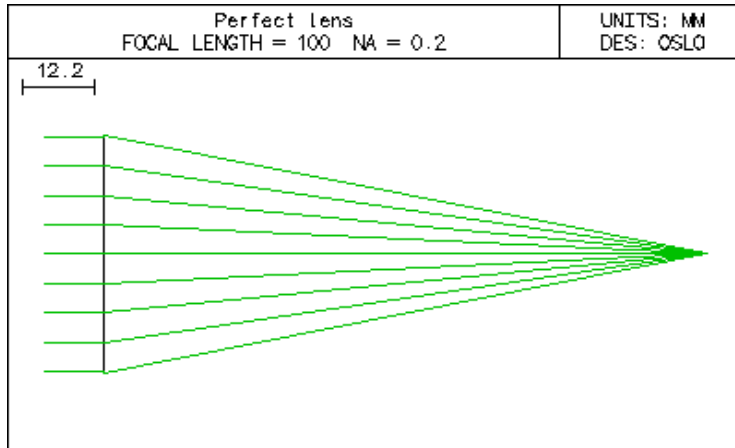
### Použití PL:

- analýza difrakčně limitovaného zobrazení
    - analýza vlivu zobrazovací geometrie
- (systém pro jiné měřítko zobrazení není dokonalý)

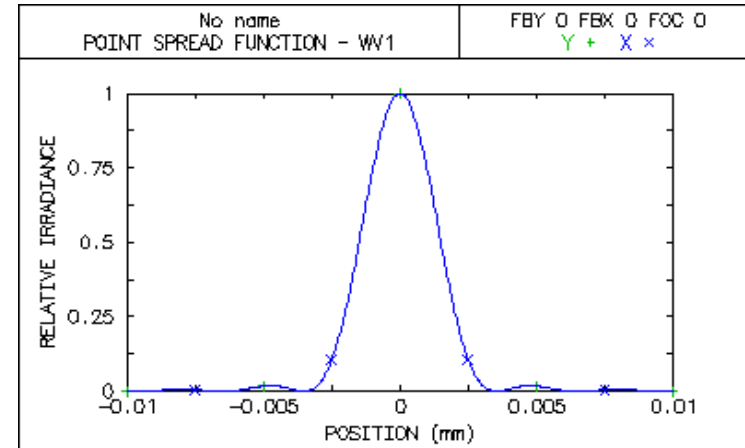
# Fyzikálně dokonalé zobrazení v programu OSLO

## Bodová rozptylová funkce (PSF – Point Spread Function)

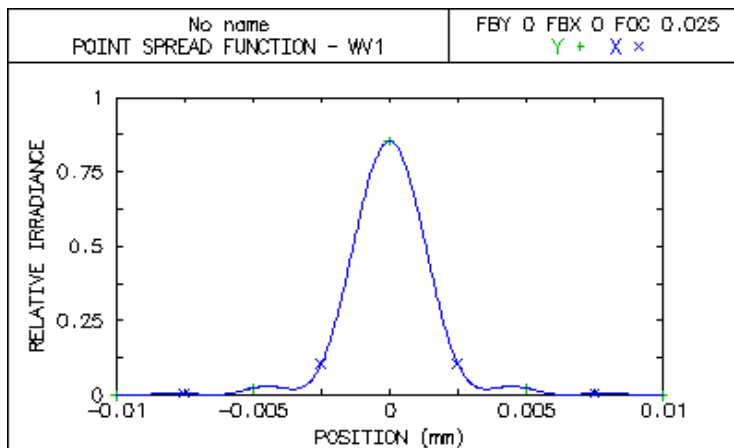
Znázornění „Perfect Lens“



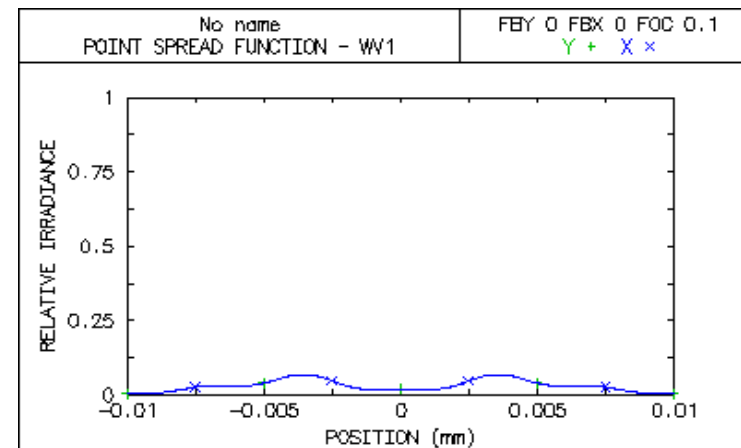
Airyho disk při fokusaci



Přípustné rozostření  
(pokles normované osové intenzity na 0.8)

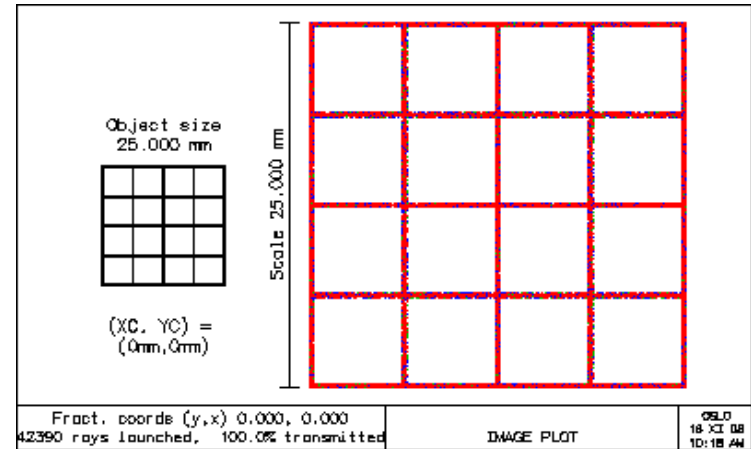
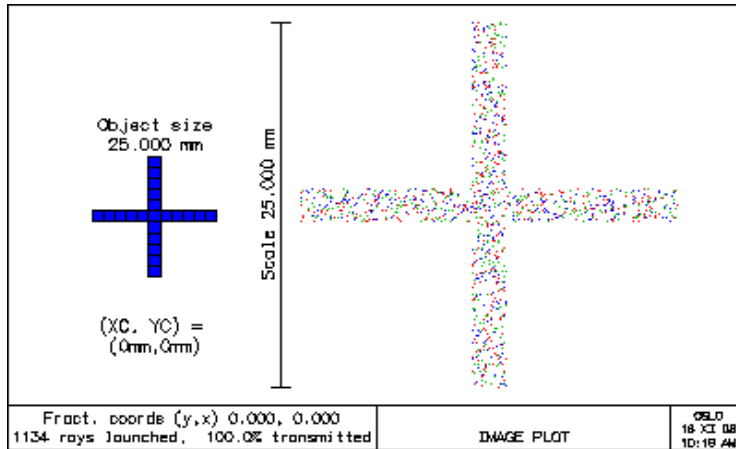


Maximální rozostření  
(pokles normované osové intenzity na nulu)

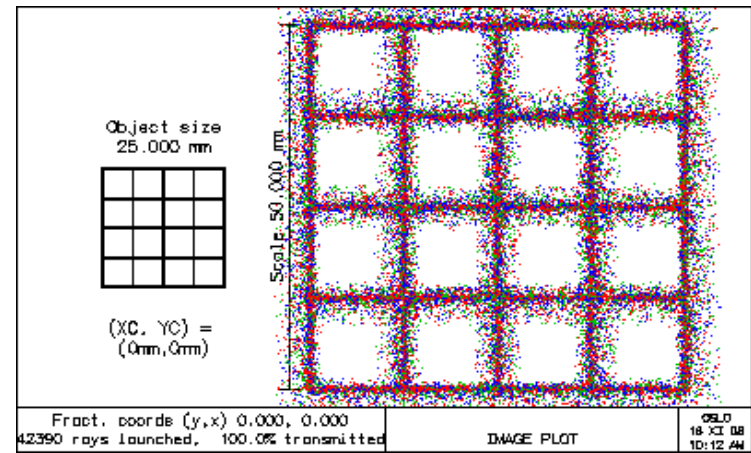
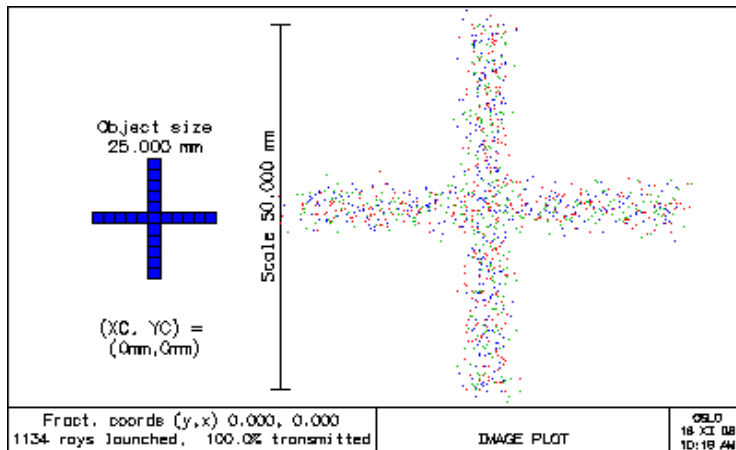


# Analýza vlivu změny měřítka zobrazení

Zobrazení „Perfect Lens“:  $f'=100$ ,  $NA'=0.3$ ,  $m=-1$



Zobrazení „Perfect Lens“:  $f'=100$ ,  $NA'=0.3$ ,  $m=-2$



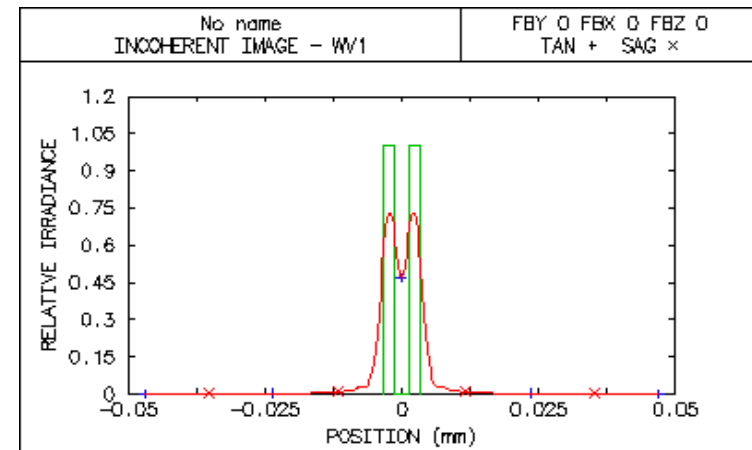
# Fyzikálně dokonalé zobrazení v programu OSLO

## Zobrazení dvou nekoherentních zdrojů

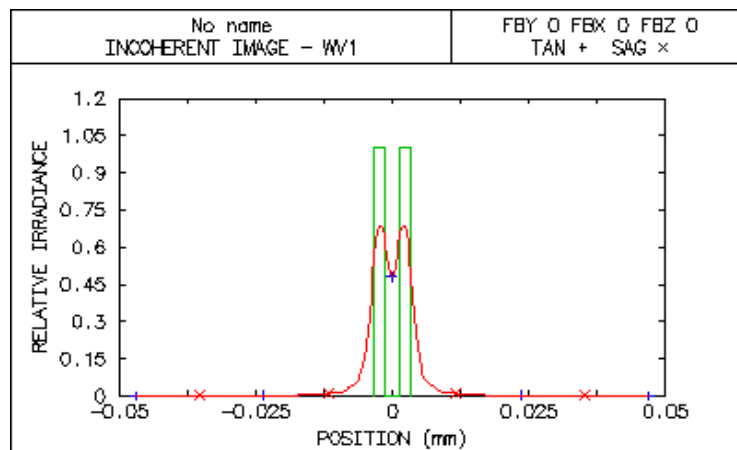
### Podmínky zobrazení:

- Optický systém – „Perfect Lens“
- Nekoherentní zdroje stejné intenzity
- Vzdálenost zdrojů = 1.5 násobek poloměru Airyho disku

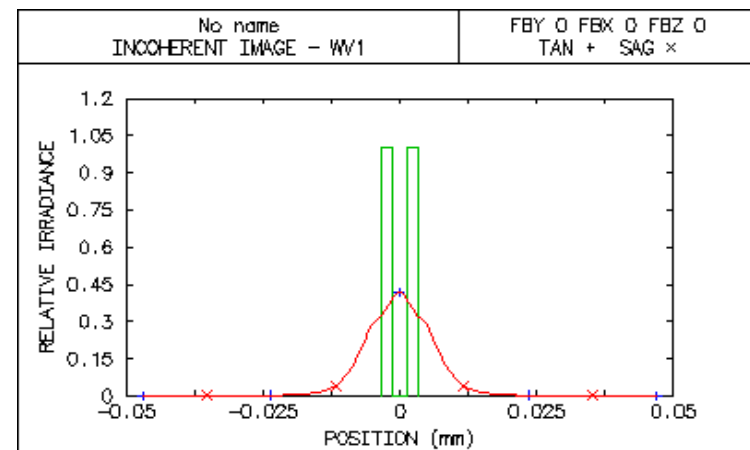
### Přesné zaostření



### Přípustné rozostření (normovaná osová intenzita 0.8)

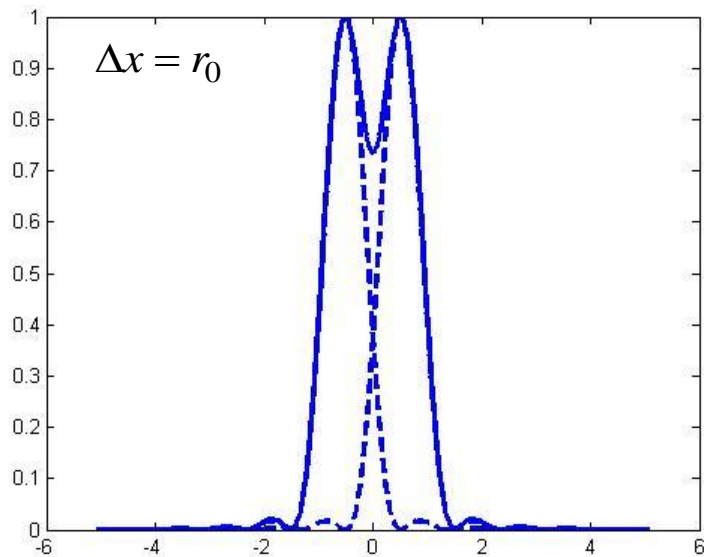


### Maximální rozostření (normovaná osová intenzita 0)

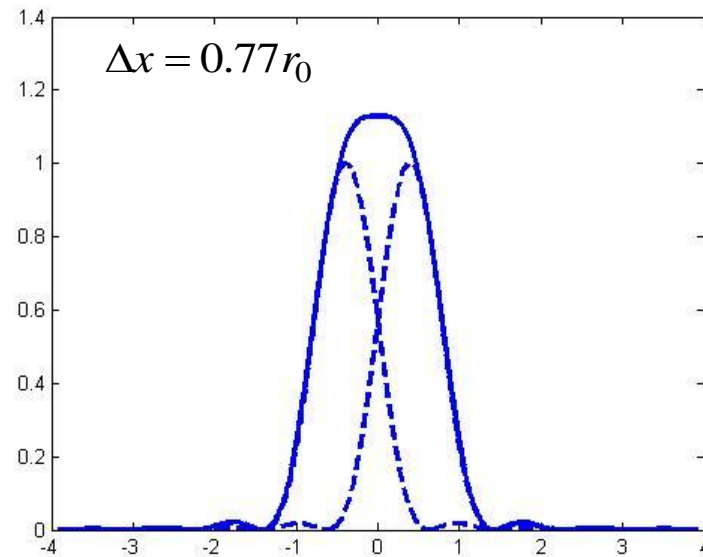


# Rozlišení dvou nekoherentních bodových zdrojů

## Rayleighovo kritérium

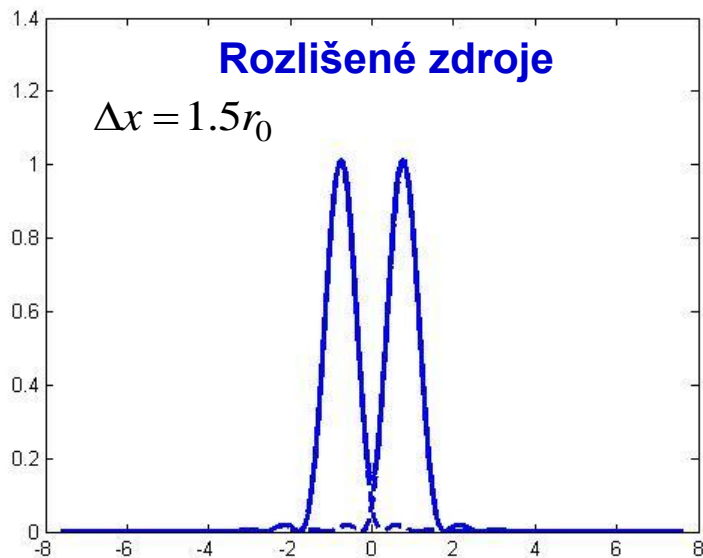


## Sparrowovo kritérium

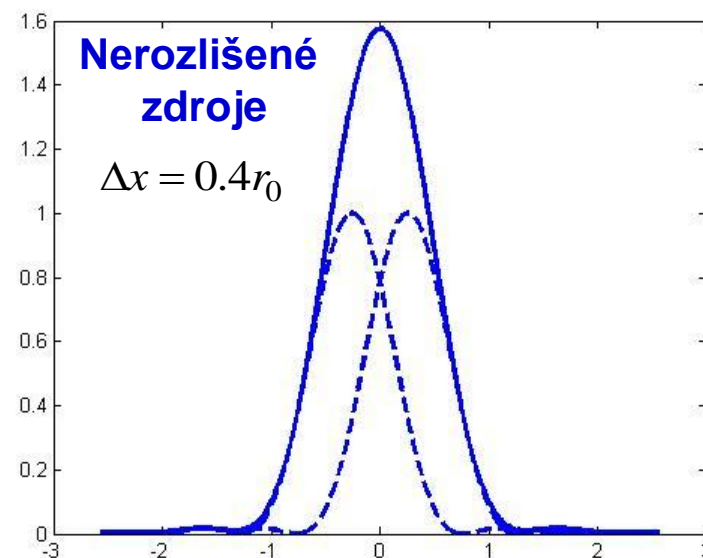


$$r_0 = 0.61 \frac{\lambda}{u}$$

## Rozlišené zdroje



## Nerozlišené zdroje



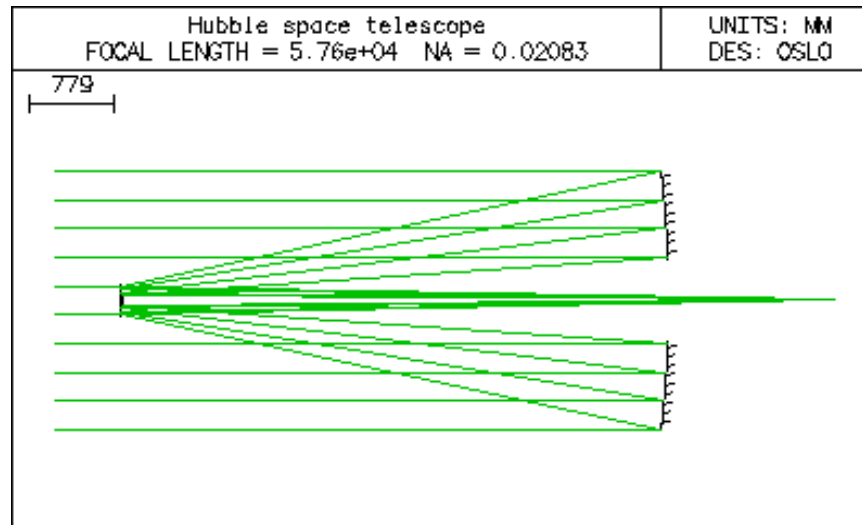
# Zobrazování s apodizací

**Apodizace** = prostorově proměnná změna amplitudy světla ve výstupní pupile.

## Způsoby apodizace:

- Zmenšení amplitudy na okraji výstupní pupily (zavádí se záměrně – umožňuje zmenšení degradace obrazu způsobené optickými vadami).
- Zmenšení amplitudy ve středu výstupní pupily (vynucené konstrukcí – vede ke zvýšení vedlejších maxim v difrakčním obrazci).

## Příklad apodizace vynucené konstrukcí (centrální clonění u teleskopu)



# Výpočet účinku apodizace

## I. Gaussovská apodizace

$$P(R_p) = P_0 \exp\left[-(quR_p)^2\right]$$

q ... koeficient,  
u ... obrazová apertura

Difrakční integrál:

$$a(R') = K \int_0^1 \exp\left[-(quR_p)^2\right] J_0(2\pi R' R_p) R_p dR_p$$

$R_p, (R')$  ... válcová souřadnice v pupile (obrazové rovině)

Řešení (per partes):

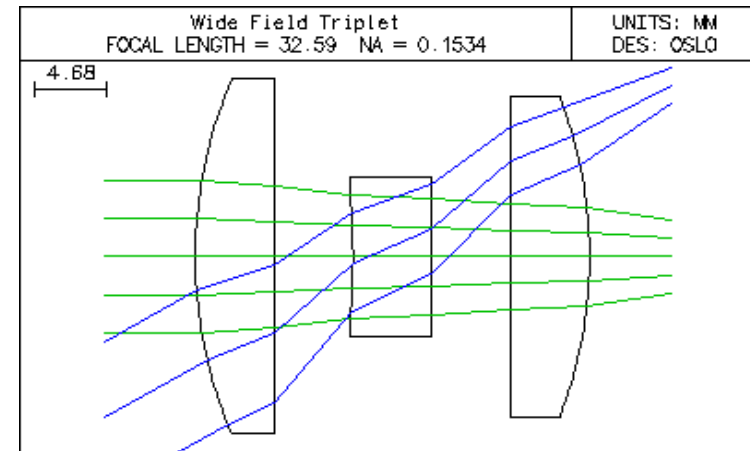
$$a(R') = K \left\{ \exp\left[-(qu)^2\right] \sum_{m=1}^{\infty} (qu)^{2(m-1)} \frac{2^{(m-1)} J_m(2\pi R')}{(2\pi R')^m} \right\}$$

# Analýza apodizace v programu OSLO

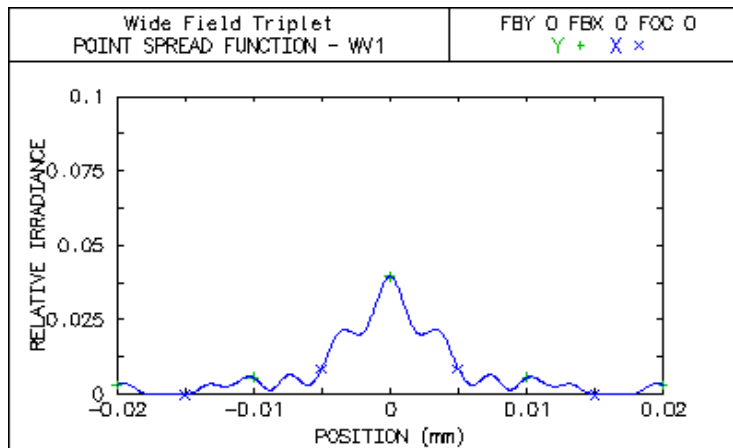
## Triplet – Gaussovská apodizace

### Účinek gaussovské apodizace:

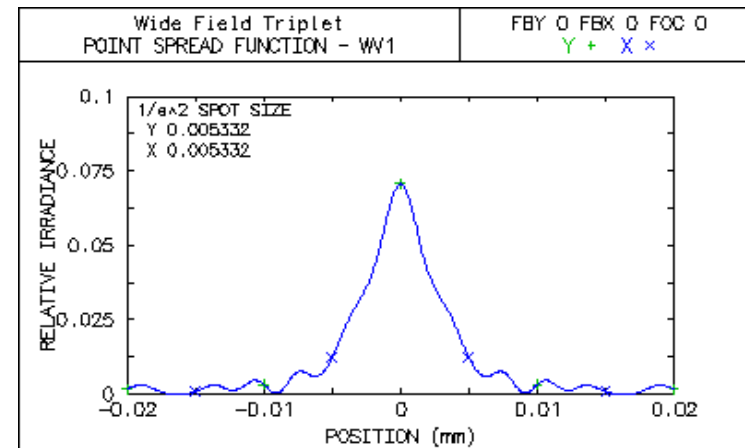
- Rozšíření difrakčního obrazce ☹️
- Potlačení vedlejších oscilací ☺️  
(zmenšení vlivu optických vad)



Bez apodizace



Gaussovská apodizace



# Výpočet účinku apodizace

## II. Centrální clonění

Pupilová funkce:

$$P(R_p) = \begin{cases} 0 & \text{pro } 0 < R_p < m \\ 1 & \text{pro } m \leq R_p \leq 1 \\ 0 & \text{pro } 1 \leq R_p < \infty \end{cases}$$

Difrakční integrál:

$$a(R') = K \int_m^1 J_0(2\pi R' R_p) R_p dR_p$$

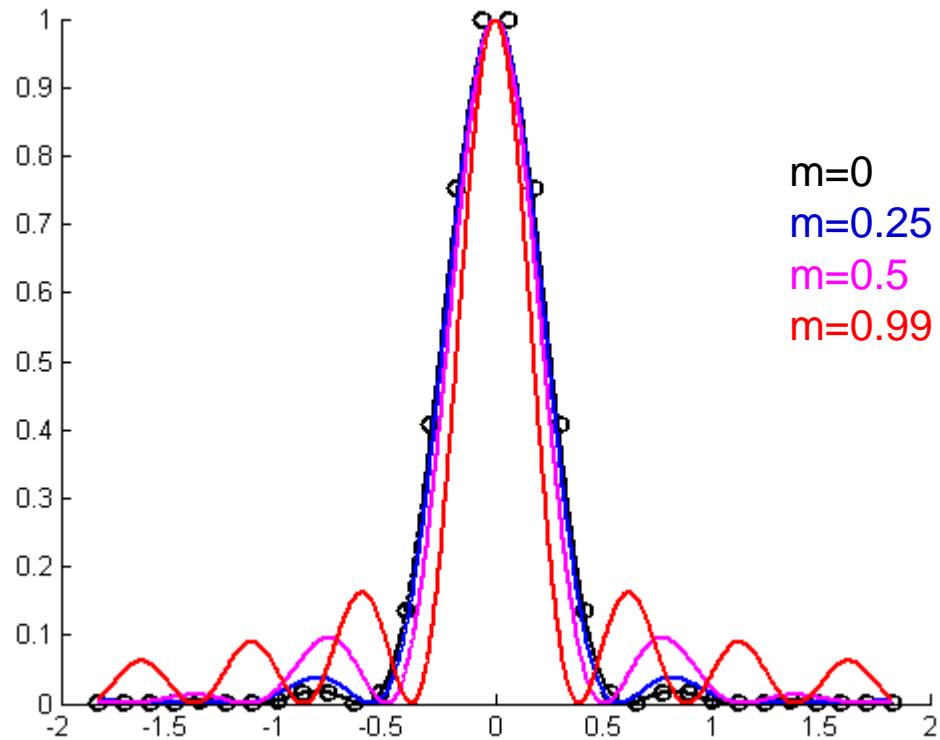
Řešení:

$$a(R') = K \left[ \frac{J_1(2\pi R')}{2\pi R'} - \frac{m^2 J_1(2\pi R' m)}{2\pi R' m} \right]$$

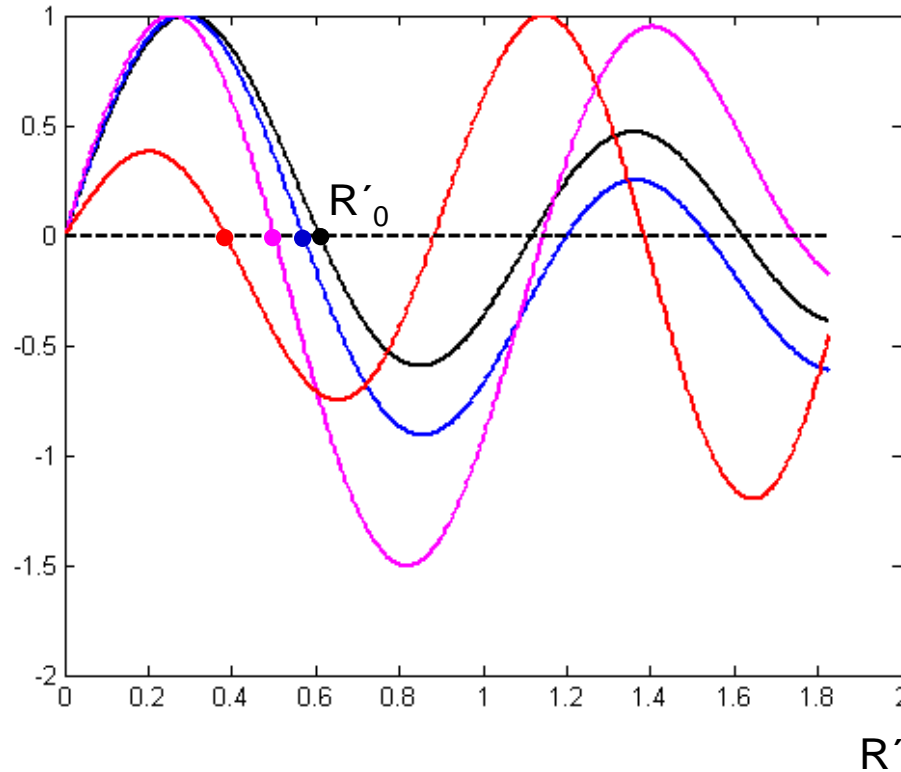
Normovaná intenzita:

$$I_N(R') = \frac{1}{1-m^2} \left[ \frac{2J_1(2\pi R')}{2\pi R'} - \frac{2m^2 J_1(2\pi R' m)}{2\pi R' m} \right]$$

# Demonstrace centrálního clonění



# Poloměr difrakčního obrazce u centrálního clonění



- $m=0$        $R'_m=0.61$
- $m=0.25$      $R'_m=0.56$
- $m=0.5$        $R'_m=0.5$
- $m=0.99$      $R'_m=0.38$

Poloměr centrálního disku

$$r'_0 = R'_m \frac{\lambda}{NA'}$$

Nulové body difrakčního obrazu

$$J_1(2\pi R') - mJ_1(2\pi mR') = 0$$

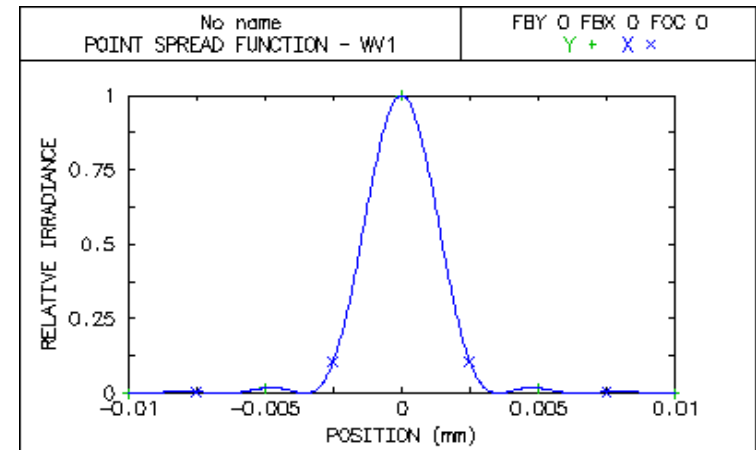
# Analýza apodizace v programu OSLO

## „Perfect Lens“ – centrální clonění

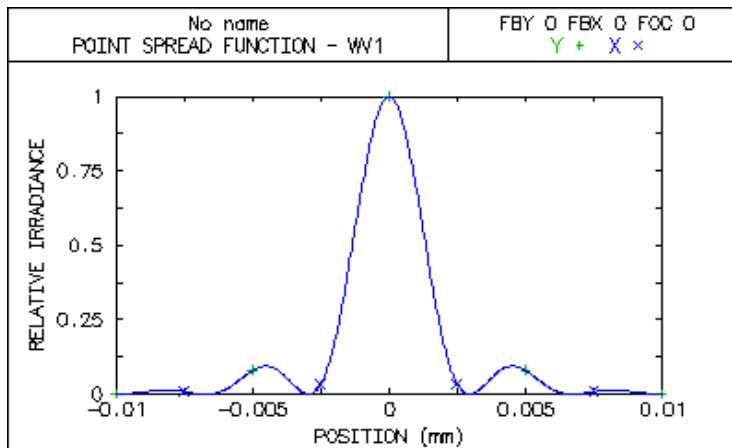
### Účinek centrálního clonění:

- Zúžení centrálního disku 😊
- Zvýšení intenzity ve vedlejších maximech 😞

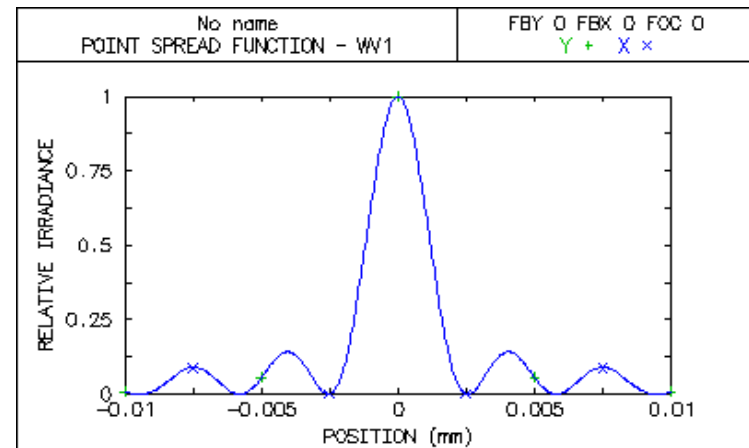
Bez clonění:  $m=0$  (Airyho disk)



Clonění:  $m=0.5$



Clonění:  $m=0.75$



## Fokusace difrakтивní čočkou

### Funkce propustnosti čočky

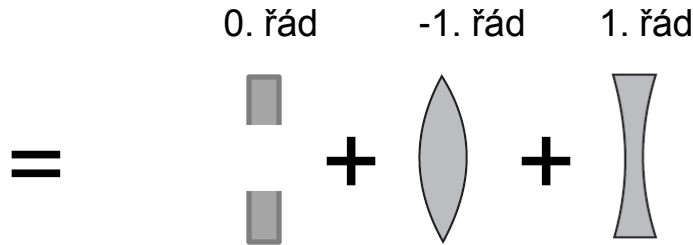
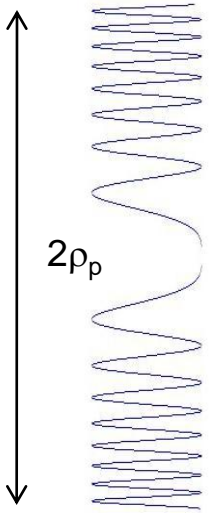
$$t(x_p, y_p) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[ \alpha (x_p^2 + y_p^2) \right] \right\}$$

### Pupilová funkce čočky

$$P(x_p, y_p) = \begin{cases} 1 & \text{pro } x_p^2 + y_p^2 \leq \rho_p^2 \\ 0 & \text{pro } x_p^2 + y_p^2 > \rho_p^2 \end{cases}$$

### Komplexní amplituda světla za difrakтивní čočkou

$$a = a_0 + a_{-1} + a_1$$



$$a_0 \propto \int \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p) t(X_p, Y_p) \exp \left[ -i \frac{k\rho_p^2 (X_p^2 + Y_p^2)}{2z'} \right] \exp [i2\pi (X_p X' + Y_p Y')] dX_p dY_p$$

$$a_{\pm 1} \propto \frac{1}{4} \int \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p) \exp \left[ -i \frac{k\rho_p^2}{2} \left( \frac{1}{z'} \pm \frac{2\alpha}{k} \right) (X_p^2 + Y_p^2) \right] \exp [i2\pi (X_p X' + Y_p Y')] dX_p dY_p$$

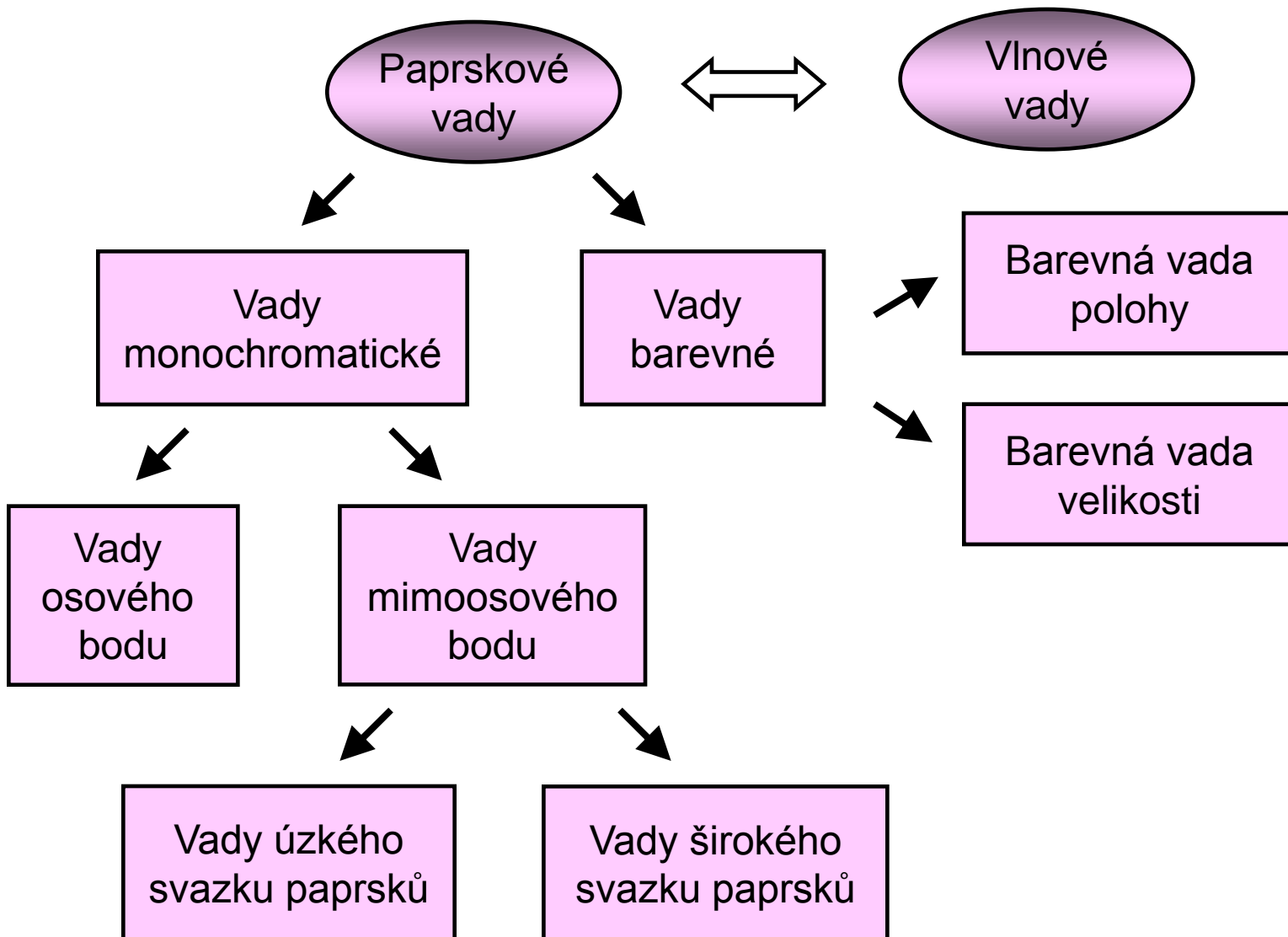
$$X_p = x_p / \rho_p, \quad Y_p = y_p / \rho_p$$

$$X' = x' \rho_p / (\lambda z'), \quad Y' = y' \rho_p / (\lambda z')$$

### Ohnisková vzdálenost difrakтивní čočky

$$f'_{-1} = \frac{\pi}{\lambda\alpha}, \quad f'_{+1} = -\frac{\pi}{\lambda\alpha}$$

# Klasifikace optických vad



# Vada zobrazení osového bodu

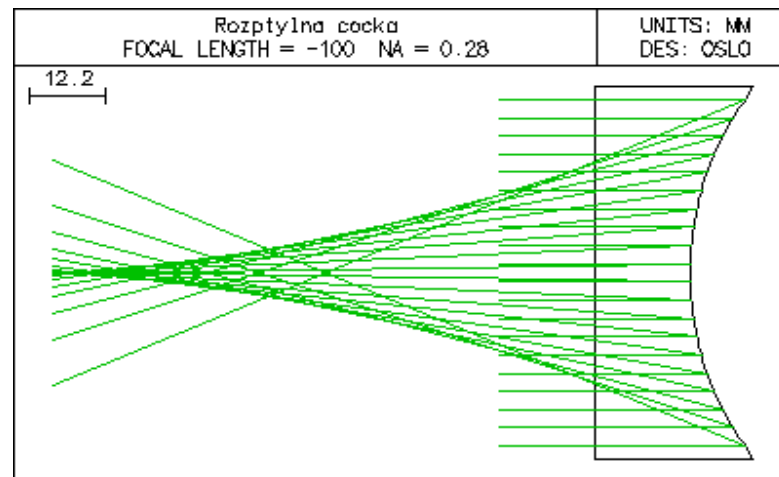
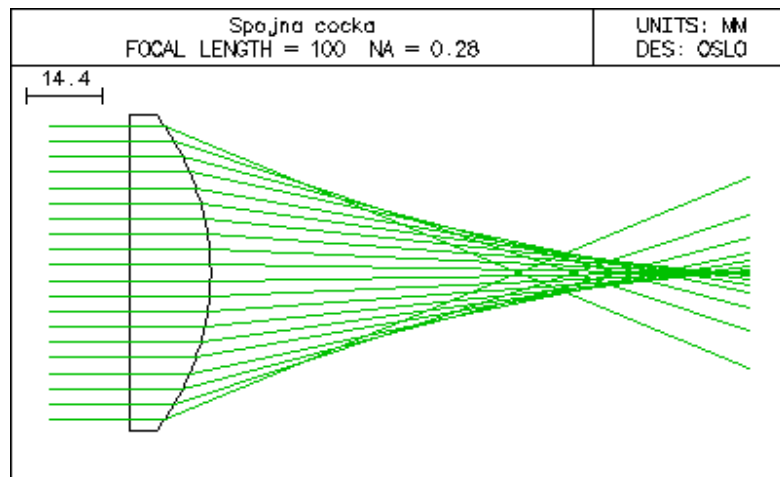


Sférická  
(otvorová)  
vada

## Nekorigovaný průběh sférické vady

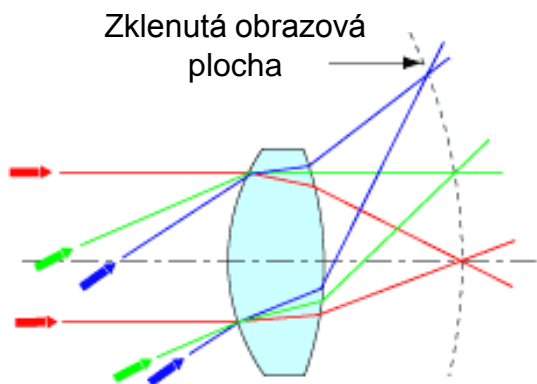
Spojná čočka

Rozptylná čočka

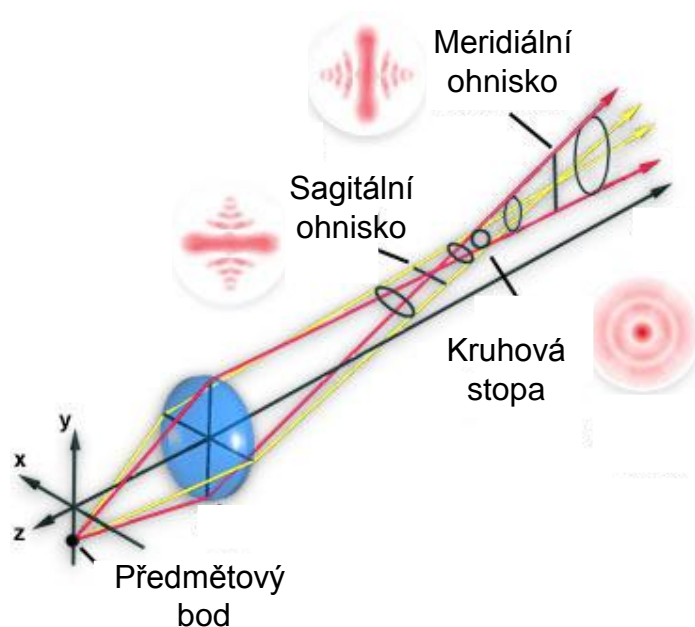


# Vady úzkého svazku paprsků

Zklenutí  
obrazové  
roviny

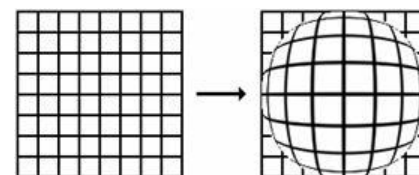


Astigmatismus

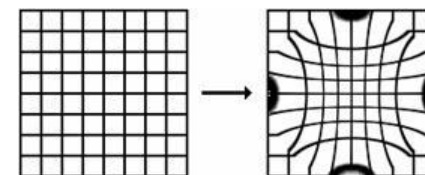


Zkreslení

Zkreslení soudkovité



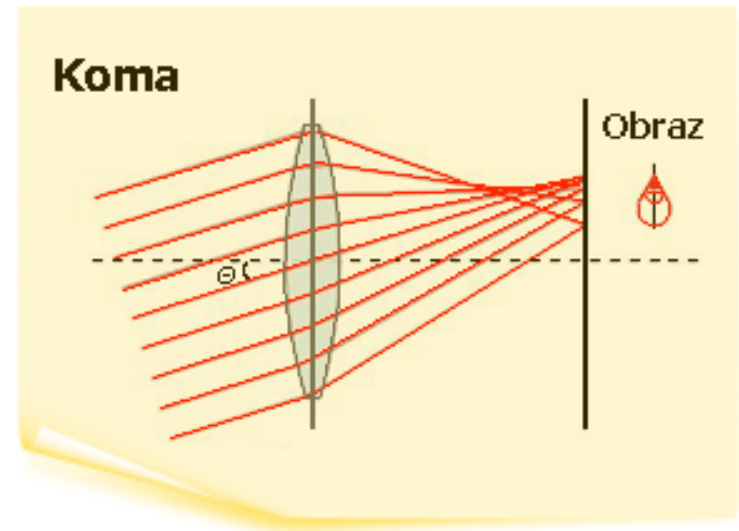
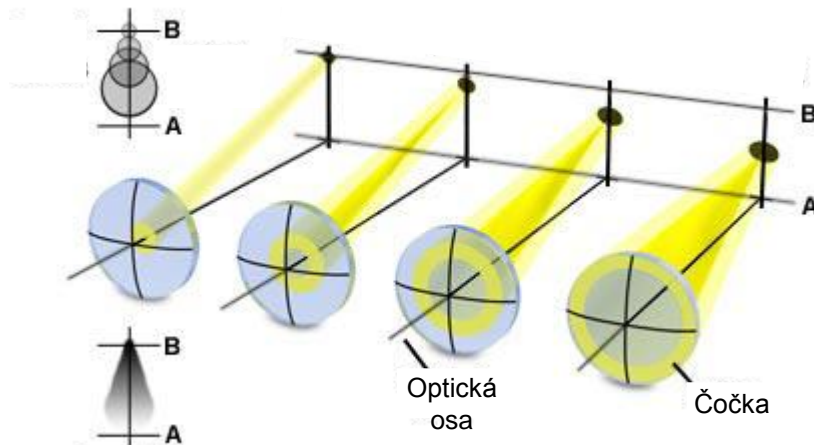
Zkreslení poduškovité



# Vada širokého svazku paprsků



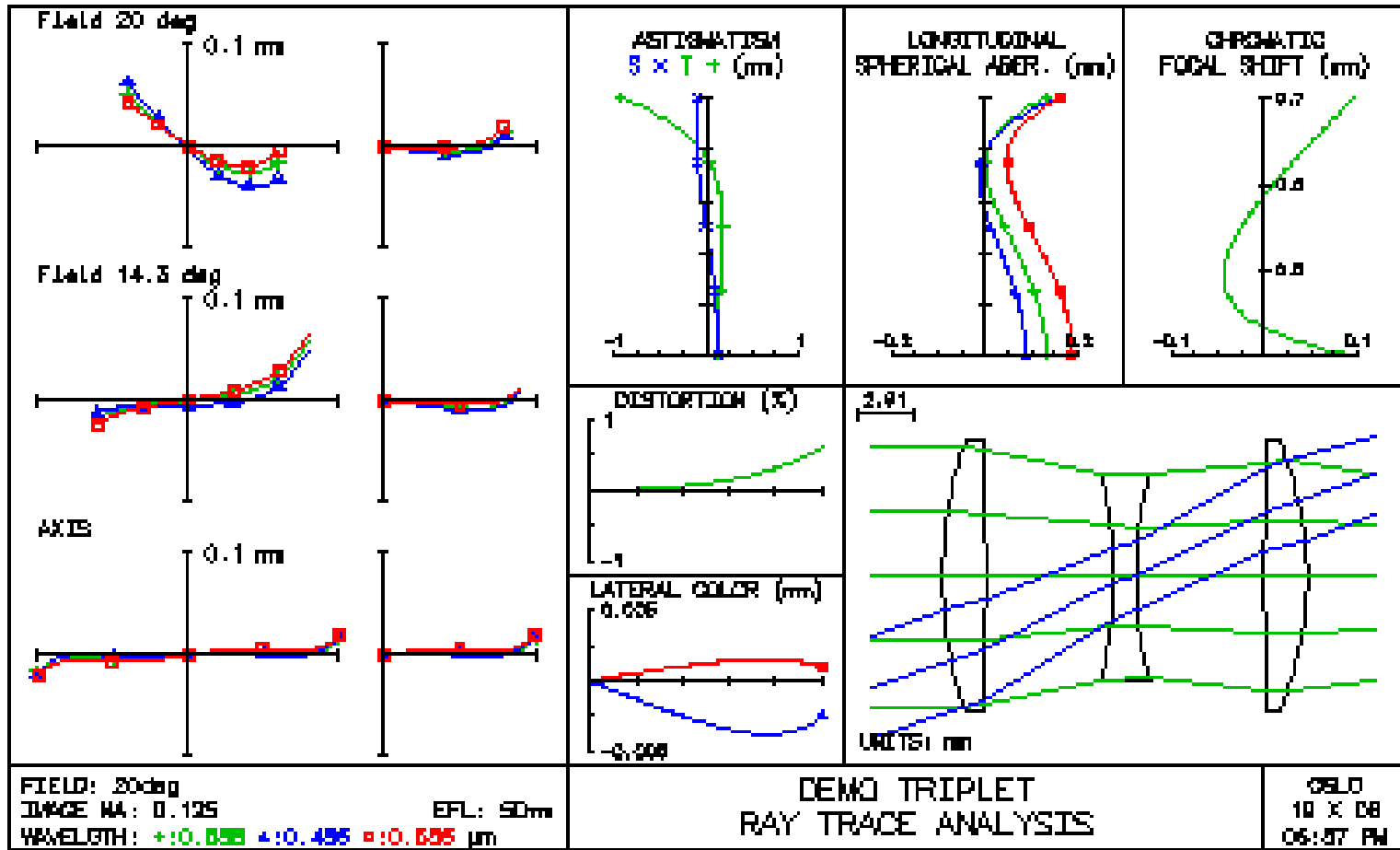
Koma



## Vysvětlení vzniku komy:

Při zobrazování mimoosového bodu vytvářejí jednotlivé mezikruhové zóny stopy různých velikostí, které jsou navíc vzájemně posunuté. Jejich překrytím vzniká typická komatická stopa.

# Vyhodnocení paprskových vad v programu OSLO

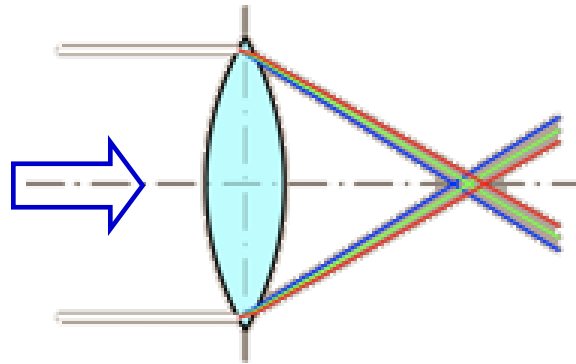


# Barevné vady

Barevná  
vada  
polohy

Barevná  
vada  
velikosti

Složené  
(bílé)  
světlo



V důsledku materiálové disperze vznikají obrazy pro jednotlivé barvy v různých vzdálenostech za čočkou a mají rozdílné velikosti.

# Disperzní vlastnosti čočky

## Disperzní změna optické mohutnosti

$$\left. \frac{dK}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} = \frac{K(\lambda_0)}{n(\lambda_0) - 1} \cdot \left. \frac{dn}{d\lambda} \right|_{\lambda_0}$$

## Barevná vada polohy

$$\Delta K(\lambda_1, \lambda_2) \equiv K(\lambda_1) - K(\lambda_2) = \frac{K(\lambda_0)}{\nu} \quad \Delta f(\lambda_1, \lambda_2) \cong -\frac{f(\lambda_0)}{\nu}$$

## Abbeovo číslo

$$\nu = \frac{n(\lambda_0) - 1}{n(\lambda_1) - n(\lambda_2)}$$

## Obvyklé vlnové délky

$$\nu = \frac{n(\lambda_d) - 1}{n(\lambda_F) - n(\lambda_C)}$$

$$\lambda_d = 589 \text{ nm}$$

$$\lambda_F = 486 \text{ nm}$$

$$\lambda_C = 656 \text{ nm}$$

## Dostupná skla

$$\nu \in \langle 20, 65 \rangle$$

## Podmínka achromatické korekce dubletu

$$\frac{K_S(\lambda_0)}{\nu_S} + \frac{K_R(\lambda_0)}{\nu_R} = 0$$

$$K_S(\lambda_0) > 0, \quad K_R(\lambda_0) < 0$$

$$K_S(\lambda_0) + K_R(\lambda_0) = K(\lambda_0) > 0$$

$$\frac{K_S(\lambda_0)}{K(\lambda_0)} = \frac{\nu_S}{\nu_S - \nu_R}$$

# Návrh achromatického dubletu

Optická mohutnost dubletu:  $K(\lambda_0)=0.01$      $f(\lambda_0)=100$  mm  
Volba skel: spojka BK7     $n(\lambda_0)=1.5168$      $\nu=64.17$   
rozptylka F2     $n(\lambda_0)=1.62$      $\nu=36.37$

$$\frac{K_S(\lambda_0)}{K(\lambda_0)} = \frac{\nu_S}{\nu_S - \nu_R}$$



Optická mohutnost spojky:     $K_S(\lambda_0)=0.0231$   
Optická mohutnost rozptylky:     $K_R(\lambda_0)=-0.0131$

Symetrická spojka:     $R_{S1}=44.745$  mm,  $R_{S2}=-44.745$  mm  
Symetrická rozptylka:     $R_{R1}=-94.656$  mm,  $R_{R2}=94.656$  mm

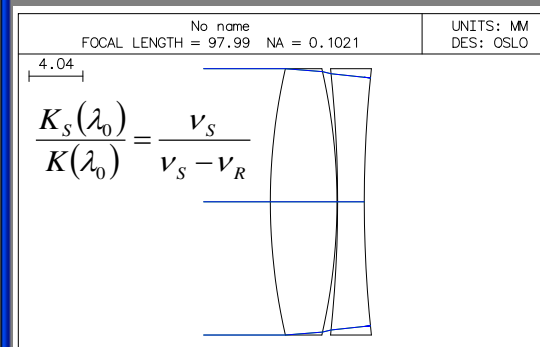
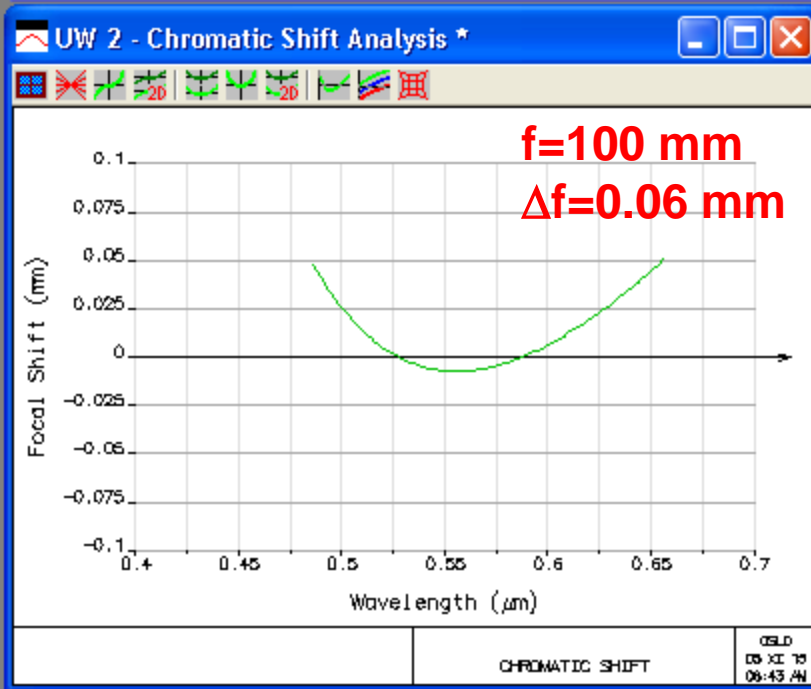
Surface Data

Gen Setup Wavelength Field Points Variables Draw Off Group Notes

Lens: No name Zoom 1 of 1 Ef1 99.935790

Ent beam radius 10.000000 Field angle 5.7296e-05 Primary wavln 0.587560

SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	1.0000e+20	1.0000e+14	AIR	
AST	44.745000	0.100000	10.000000	BK7	C
2	-44.745000	0.010000	10.000000	AIR	
3	-94.656000	0.050000	10.000000	F2	C
4	94.656000	99.785579	10.000000	AIR	
IMS	0.000000	0.000000	10.000000		



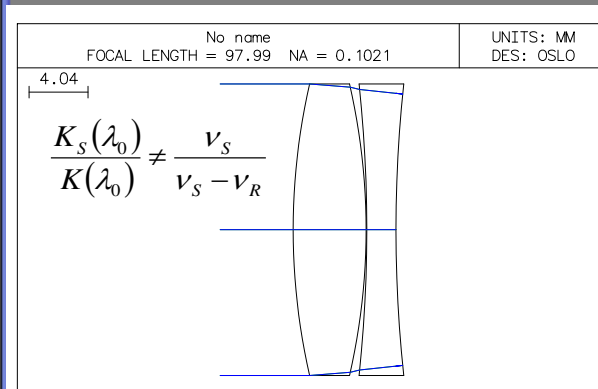
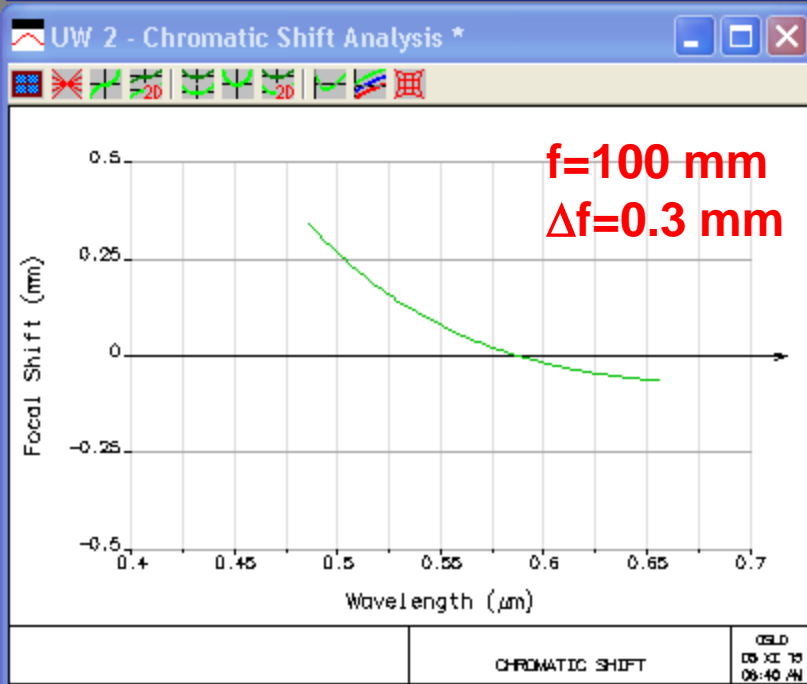
**Surface Data**

Gen Setup Wavelength **Field Points** Variables Draw Off Group Notes

Lens: No name Zoom 1 of 1 Efl 97.797987

Ent beam radius 10.000000 Field angle 5.7296e-05 Primary wavln 0.587560

SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	1.0000e+20	1.0000e+14	AIR	
AST	38.000000	0.100000	10.000000	BK7	C
2	-38.000000	0.010000	10.000000	AIR	
3	-73.000000	0.050000	10.000000	F2	C
4	73.000000	97.627253	10.000000	AIR	
IMS	0.000000	0.000000	10.000000		



# Disperzní vlastnosti difraktivní čočky

## Disperzní změna optické mohutnosti

$$\left. \frac{dK}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} = \frac{K(\lambda_0)}{\lambda_0} \quad K(\lambda) = K(\lambda_0) \frac{\lambda}{\lambda_0} \quad f(\lambda) = f(\lambda_0) \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

## Barevná vada polohy

$$\Delta K(\lambda_1, \lambda_2) \equiv K(\lambda_1) - K(\lambda_2) = \frac{K(\lambda_0)}{\nu} \quad \Delta f(\lambda_1, \lambda_2) \cong -\frac{f(\lambda_0)}{\nu}$$

## Abbeovo číslo

$$\nu = \frac{\lambda_0}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

## Obvyklé vlnové délky

$$\nu = \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C}$$

$$\lambda_d = 589\text{nm}$$

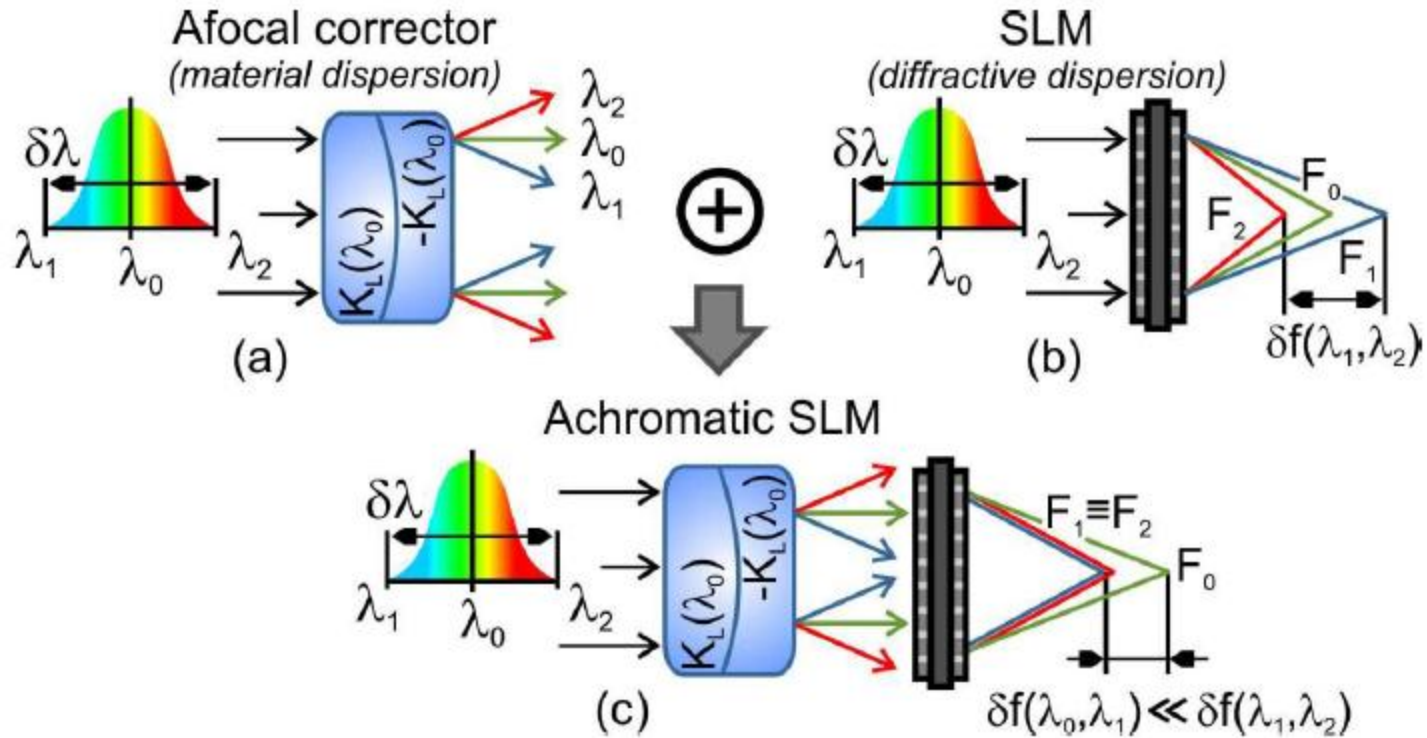
$$\lambda_F = 486\text{nm}$$

$$\lambda_C = 656\text{nm}$$

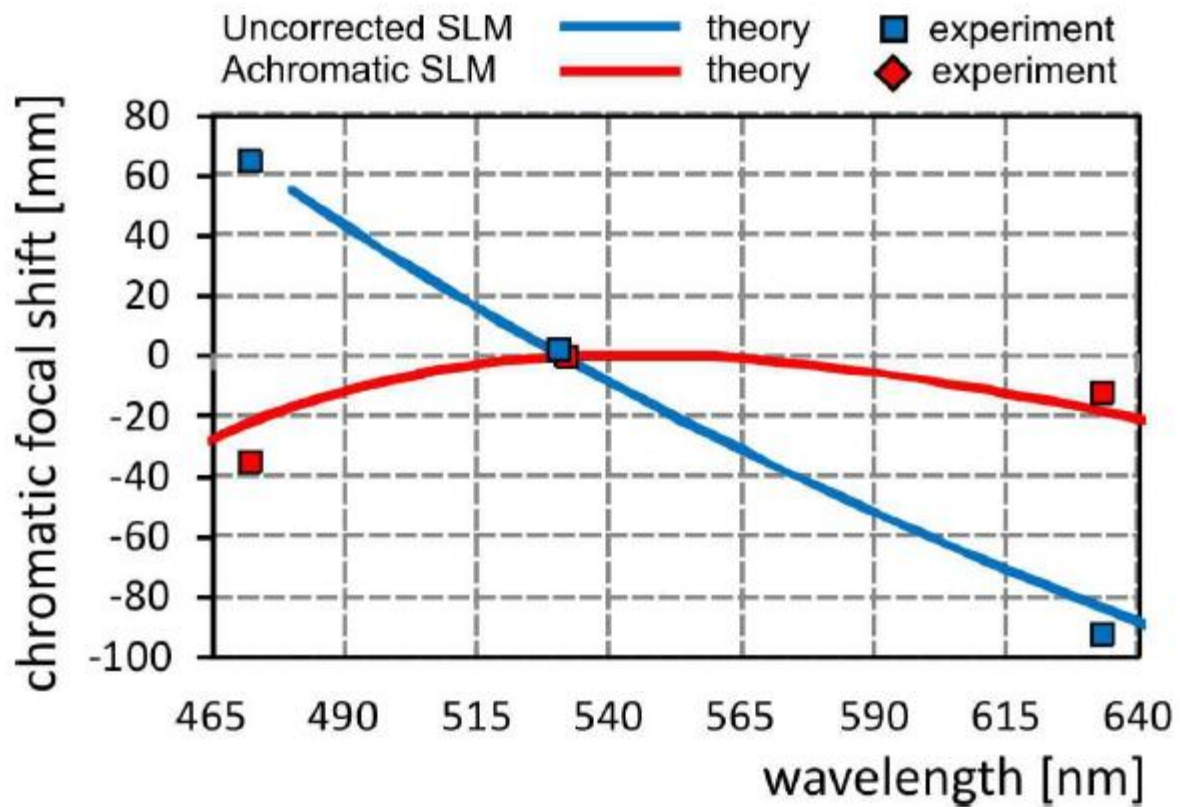
$$\nu \in -3.46$$

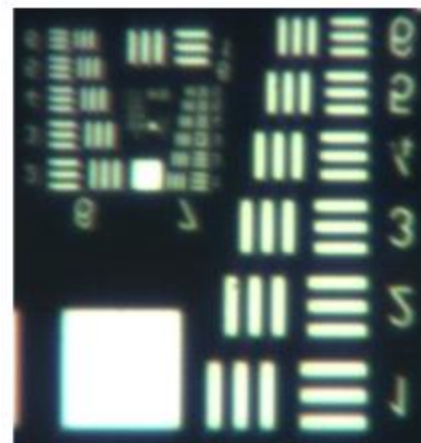
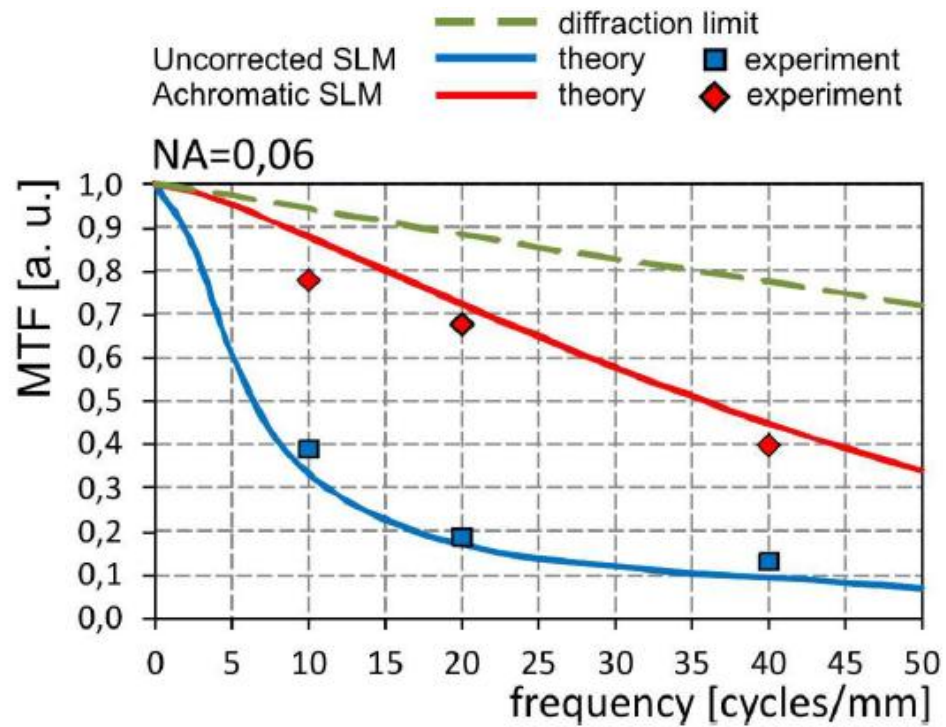


# Afokální korektor difraktivní disperze



Materiálová disperze má opačný projev než difraktivní disperze a proto se mohou navzájem kompenzovat. Příkladem je afokální korektor, který materiálovou disperzí kompenzuje difraktivní disperzi prostorového modulátoru světla.





# Výpočet vlnových vad

## Vlnová vada:

diference optické dráhy mezi skutečnou vlnoplochou a referenční sférickou plochou

## Způsob určení vlnové vady:

- výpočtem z příčných složek paprskových vad
- srovnáním optických drah podél sledovaných paprsků

$$\frac{\partial W}{\partial X_p} = n' u \Delta x',$$

$$\frac{\partial W}{\partial Y_p} = n' u \Delta y'$$

$\Delta x'$ ,  $\Delta y'$  – příčné složky paprskových vad

$n'$  – index lomu obrazového prostoru

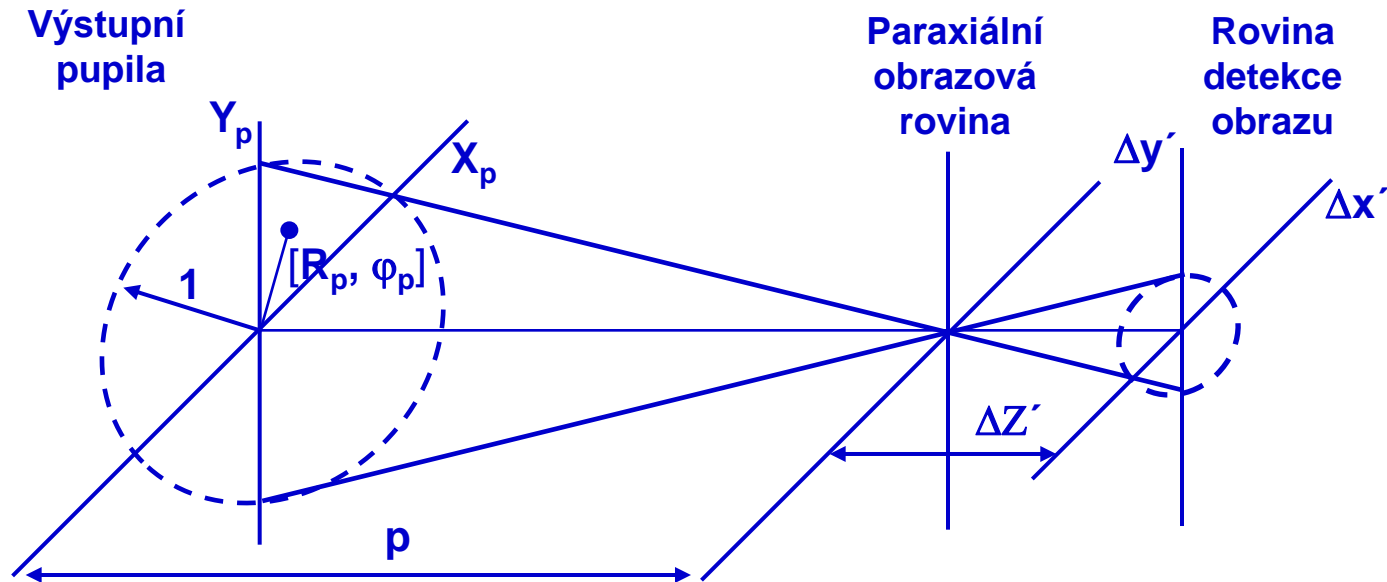
$u$  – obrazový aperturní úhel

$W$  – vlnová vada

$X_p$ ,  $Y_p$  – normované pupilové souřadnice

$$W = n' u \int_0^{R_p} (\Delta x' \cos \varphi_p + \Delta y' \sin \varphi_p) dR_p'$$

# Vlnová vada při rozostření



$$\Delta x' \approx -u R_p \Delta Z' \cos \varphi_p, \quad \Delta y' \approx -u R_p \Delta Z' \sin \varphi_p$$

$$W = -n' u^2 \int_0^{R_p} R_p' \Delta Z' dR_p' = -\frac{1}{2} n' u^2 \Delta Z' R_p^2$$

## Vyjádření vlnových vad polynomem

Funkci vlnových vad lze vyjádřit pomocí mocninné řady normovaných pupilových souřadnic  $X_p, Y_p$  a souřadnic paraxiálního obrazového bodu  $x'_0, y'_0$  (pro rotačně symetrický OS lze volit  $y'_0 = 0$ ). S použitím válcových souřadnic  $X_p = R_p \cos \varphi_p, Y_p = R_p \sin \varphi_p$  je možné polynom zapsat ve tvaru:

### Polynom vlnových vad

$$W = \sum A_{klm} x_0'^k R_p^l \cos^m \varphi_p \equiv \sum W_{klm}$$

$$W = A_{200} x_0'^2 + A_{111} x_0' R_p \cos \varphi_p + A_{020} R_p^2 +$$
$$A_{040} R_p^4 + A_{131} x_0' R_p^3 \cos \varphi_p + A_{222} x_0'^2 R_p^2 \cos^2 \varphi_p +$$
$$A_{220} x_0'^2 R_p^2 + A_{311} x_0'^3 R_p \cos \varphi_p$$

$A_{klm}$  – koeficienty vlnových vad

## Význam členů polynomu vlnových vad

$W_{200}$  – konstantní fázový posun

$W_{111}$  – náklon vlnoplochy

$W_{020}$  – rozostření

$W_{040}$  – sférická vada třetího řádu

$W_{131}$  – koma

$W_{220}$  – zklenutí obrazové plochy

$W_{222}$  – astigmatismus

$W_{311}$  – zkreslení

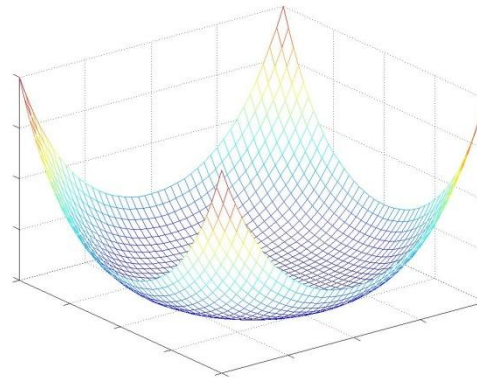
Primární aberace

Aberace 3. řádu

# Znázornění vlnových vad v prostředí MATLAB

**Sférická vada:**  $W_{040} = A_{040} R_p^4$

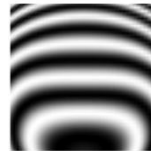
Deformace vlnoplochy



Interferenční obraz

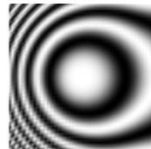
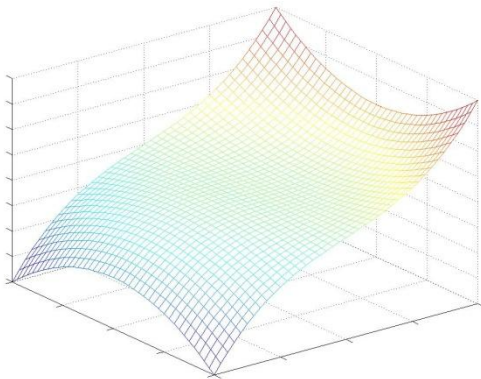


Referenční  
sférická  
vlna

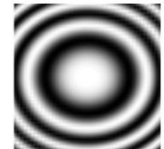
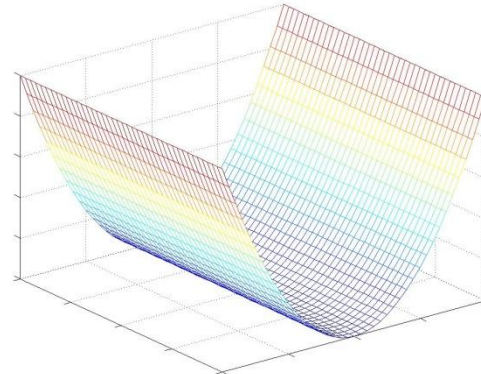


Referenční  
rovinná  
vlna

**Koma:**  $W_{131} = A_{131} x'_0 R_p^3 \cos \varphi_p$

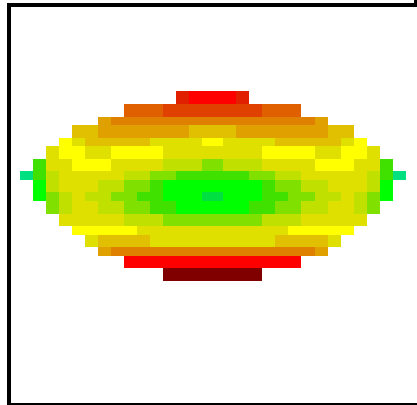


**Astigmatismus:**  $W_{222} = A_{222} x'_0 R_p^2 \cos \varphi_p$



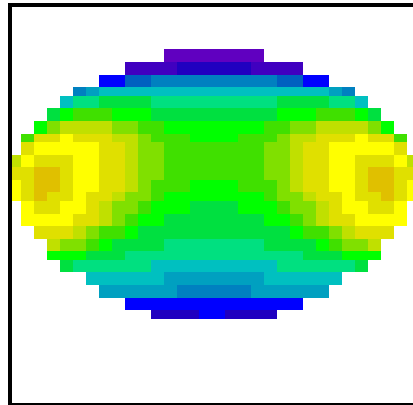
# Vyhodnocení vlnových vad v programu OSLO

FULL FIELD=20deg



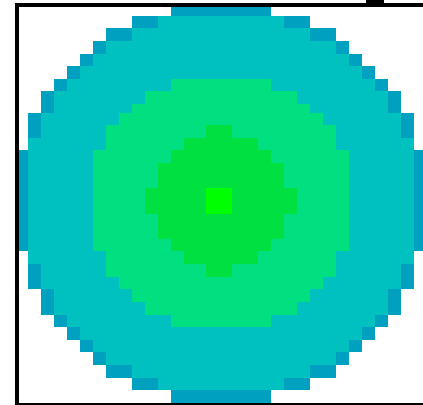
P-V 2.341 RMS 0.481

0.7 FIELD=14.3deg

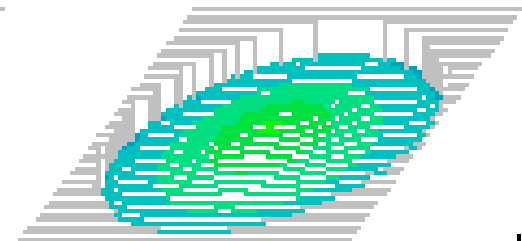
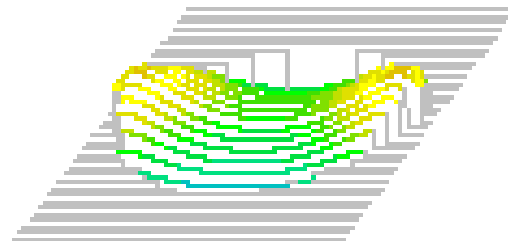
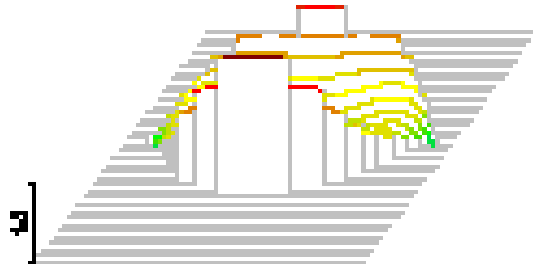


P-V 2.435 RMS 0.4895

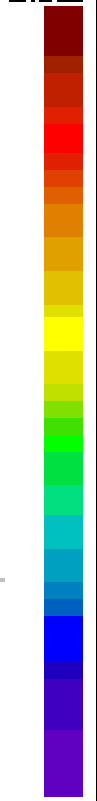
ON-AXIS=0deg



P-V 0.5873 RMS 0.1188



Peak  
2.000



Val Lay  
-1.000

WAVELENGTH 1 = 0.5878  $\mu\text{m}$   
P-V OPD 3.75 waves Min RMS  
3 Field Pts / 32 Aperture Div.

DEMO TRIPLET  
WAVEFRONT ANALYSIS

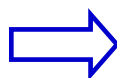
OSLO  
10 X DB  
07:08 PM

# Určení složek paprskových vad z deformace vlnoplochy

Příklad: Paprsková představa Komy

$$\frac{\partial W_{131}}{\partial X_p} = n'u \Delta x',$$

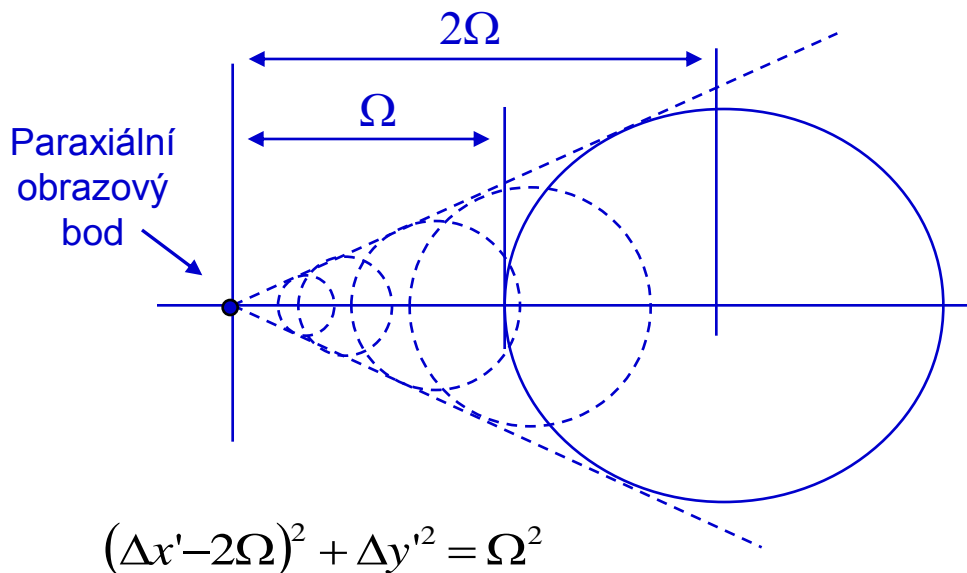
$$\frac{\partial W_{131}}{\partial Y_p} = n'u \Delta y'$$



$$\Delta x' = \Omega (2 + \cos 2\varphi_p),$$

$$\Delta y' = \Omega \sin 2\varphi_p,$$

$$\Omega = \frac{1}{n'u} A_{131} x'_0 R_p^2.$$



Svazek paprsků, který vychází z předmětového bodu a výstupní pupilu protíná v kruhové zóně o poloměru  $R_p$  vytvoří v obrazové rovině rozptylový kroužek, který má poloměr  $\Omega$  a jeho střed je od paraxiálního bodu vzdálen o  $2\Omega$ . Jestliže pupilu zaplníme svazky paprsků, které vytvářejí zóny s rostoucím poloměrem  $R_p$ , dostáváme v obrazové rovině rozptylové kroužky, jejichž poloměr postupně narůstá a jejich středy se současně vzdalují od paraxiálního obrazového bodu. Vzájemným překrytím vytvářejí typický komatický útvar.

# Zobrazovací funkce

## Bodová rozptylová funkce (Point Spread Function – PSF, funkce obrazu bodu)

PSF je funkce, která popisuje prostorové rozdělení normované intenzity, které systém vytvoří v rovině registrace obrazu při zobrazování bodového zdroje.

## Bodová rozptylová funkce

$$I_N(X', Y') = \frac{|a(X', Y')|^2}{|a(0,0)|^2}$$

$a(X', Y')$  . . . komplexní amplituda ve vyšetřovaném bodu obrazové roviny

$a(0,0)$  . . . komplexní amplituda v paraxiálním obrazovém bodu

Pro normované pupilové souřadnice  $(X_p, Y_p)$  a normované obrazové souřadnice  $(X', Y')$  je komplexní amplituda určena jako Fourierova transformace pupilové funkce:

$$a(X', Y') = FT\{P(X_p, Y_p)\}$$

# Kritéria hodnocení bodového zobrazení

## Strehlovo kritérium

Určuje pokles intenzity v centru difrakčního obrazce (bod  $X'=Y'=0$ ) způsobený vadami hodnoceného systému (nebo rozostřením) ve srovnání s intenzitou v centru Airyho disku, vytvořeného fyzikálně dokonalým systémem, který má stejný obrazový aperturní úhel jako systém hodnocený. Kritérium je použitelné pro hodnocení zobrazení ovlivněného malými vlnovými vadami.

## Obecný tvar Strehlova kritéria

$$D = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_0(X_p, Y_p) \exp[ikW(X_p, Y_p)] dX_p dY_p \right|^2}{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_0(X_p, Y_p) dX_p dY_p \right|^2}$$

## Strehlova kritérium pro OS s homogenně propustnou kruhovou pupilou:

$$P_0(X_p, Y_p) = \begin{cases} 1 & \text{pro } X_p^2 + Y_p^2 \leq 1 \\ 0 & \text{pro } X_p^2 + Y_p^2 > 1 \end{cases}$$

$$D = \left| \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \exp[ikW(R_p, \varphi_p)] R_p dR_p d\varphi_p \right|^2$$

# Analýza vlivu malých deformací vlnoplochy

Pro malé hodnoty vlnových vad můžeme Strehlovo kritérium určit s použitím tří členů rozvoje:

$$\exp(ikW) \approx 1 + ikW - \frac{(kW)^2}{2}$$

**Přibližný tvar Strehlova kritéria** (člen s  $W^4$  byl zanedbán):

$$D = 1 - k^2 [\langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2]$$

$$\langle W \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} W R_p dR_p d\varphi_p,$$

$$\langle W^2 \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} W^2 R_p dR_p d\varphi_p.$$

Systém bez optických vad:  $D=1$   
Přípustný pokles Strehlova kritéria:  $D>0.8$

Za předpokladu stálé energie v obrazu bodu pokles hodnoty Strehlova kritéria signalizuje rozšíření centrálního maxima difrakčního obrazce nebo nárůst intenzity ve vedlejších maximech. Dá se tedy využít jako míra degradace obrazu bodu způsobená optickými vadami nebo rozostřením.

# Přípustné rozostření fyzikálně dokonalého systému

Vlnová vada způsobená rozostřením:  $W_{020} = A_{020} R_p^2$ ,  $A_{020} = -u^2 \Delta Z' / 2$

Strehlovo kritérium pro rozostření:  $D = 1 - \frac{1}{12} k^2 A_{020}^2$

U fyzikálně dokonalého systému jakýkoliv posuv roviny registrace obrazu mimo paraxiální obrazovou rovinu vede k degradaci obrazu. Přípustný posuv této roviny můžeme určit z poklesu hodnoty Strehlova kritéria, který ještě může být akceptován (obvykle se připouští pokles  $D=0.8$ ).

## Přípustné rozostření

$$\Delta Z'_{\max} = \pm \sqrt{2.4} \frac{\lambda}{u^2 \pi} \approx \pm \frac{\lambda}{2u^2}$$

S rostoucím aperturním úhlem OS se zmenšuje rozměr difrakčního obrazu bodu (poloměr Airyho disku je nepřímo úměrný aperturnímu úhlu) ale současně výrazně rostou nároky na přesnost polohy detektoru, který registruje obraz (přípustný defokusační posuv je nepřímo úměrný druhé mocině aperturního úhlu).

# Optimální zaostření

U OS se zbytkovými optickými vadami může být jejich degradační účinek částečně eliminován vhodným posuvem roviny registrace obrazu vzhledem k paraxiální obrazové rovině. Optimální výběr tohoto posuvu je možné provést pomocí Strehlova kritería.

Vlnové vady OS, které mají být kompenzovány optimálním zaostřením:  $W_S$

Vlnová vada způsobená přeostržením:  $W_{020} = A_{020} R_p^2$

Celková vlnová vada:  $W = W_S + A_{020} R_p^2$

Strehlovo kriterium pro celkovou vlnovou vadu:  $D$

Podmínka optimálního zaostření:

$$\frac{\partial D}{\partial A_{020}} = 0$$

Koeficient optimálního zaostření pro vlnovou vadu  $W_S$  :

$$A_{020} = 6 [\langle W_S \rangle - 2 \langle W_S R_p^2 \rangle]$$

Koeficient optimálního zaostření pro vlnovou vadu  $W_S$  :

$$\Delta Z'_{OPT} = \frac{12}{u^2} [2 \langle W_S R_p^2 \rangle - \langle W_S \rangle]$$

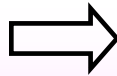
## Optimální zaostření při sférické vadě 3. řádu

Vlnová vada pro sférickou vadu 3. řádu:

$$W_S = A_{040} R_P^4$$

$$\langle W_S \rangle = \frac{1}{3} A_{040},$$

$$\langle W_S R_P^2 \rangle = \frac{1}{4} A_{040}$$



Koeficient optimálního zaostření:

$$A_{020} = -A_{040}$$

Optimální zaostřovací posuv:

$$\Delta Z'_{OPT} = \frac{2}{u^2} A_{040}$$

Strehlovo kritérium pro sférickou vadu 3. řádu:

$$D = 1 - \frac{4}{45} k^2 A_{040}^2$$

Podélná složka sférické vady 3. řádu:

$$\Delta Z'_S = \frac{4}{n'u^2} A_{040} R_P^2$$

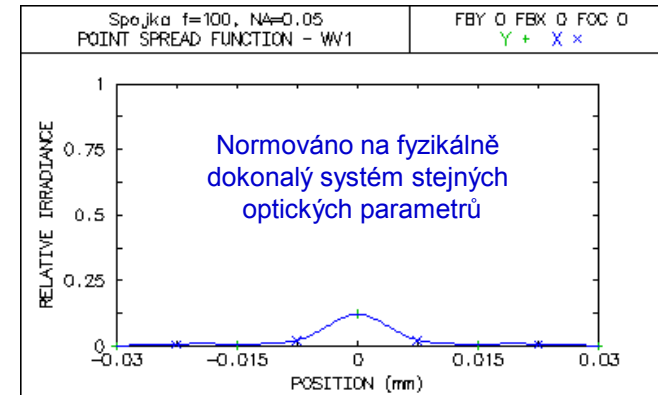
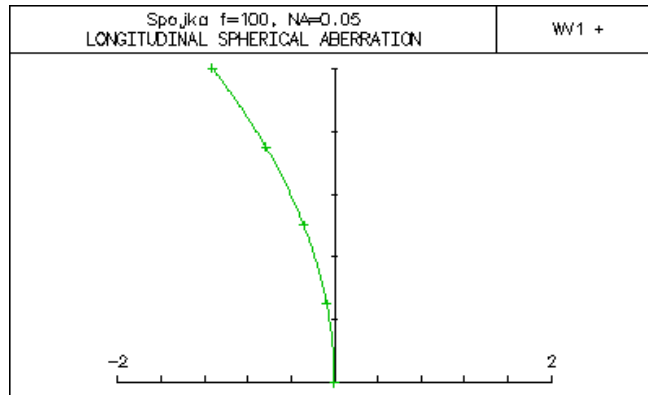
Největší přípustná hodnota sférické vady 3. řádu (pro D=0.8):

$$\Delta Z'_{S MAX} \approx \pm \frac{\lambda}{n'u^2}$$

# Demonstrace optimálního zaostření v programu OSLO

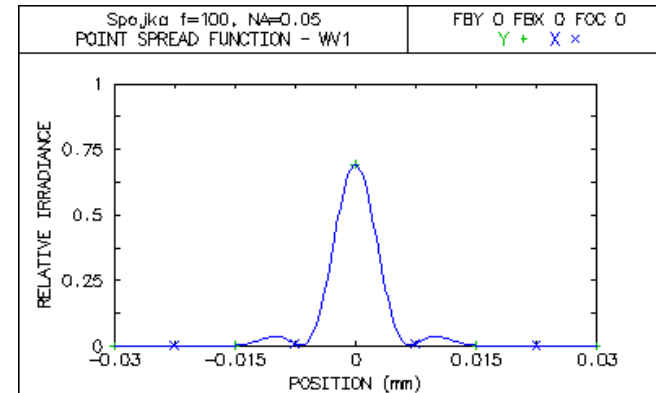
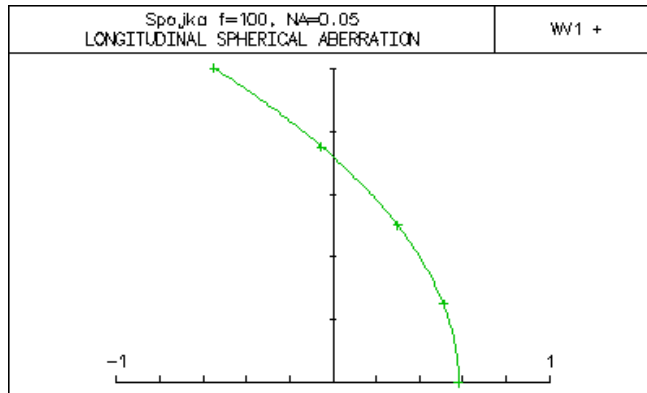
## Nekorigovaný průběh sférické vady – plankonvexní spojka

### Paraxiální obrazová rovina



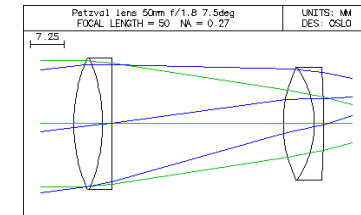
### Optimální obrazová rovina

(poloha určena výpočtem pomocí extrémů Strehlova kritéria)

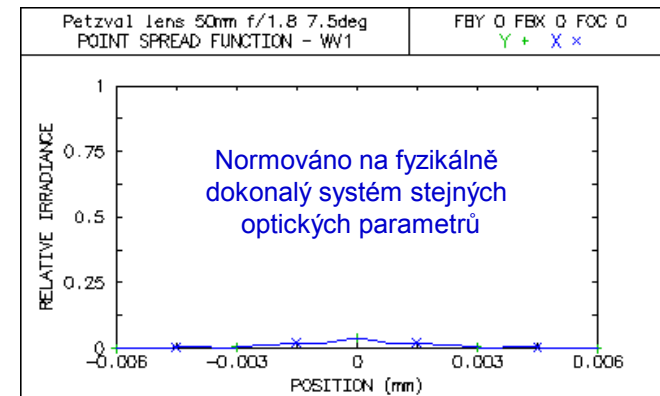
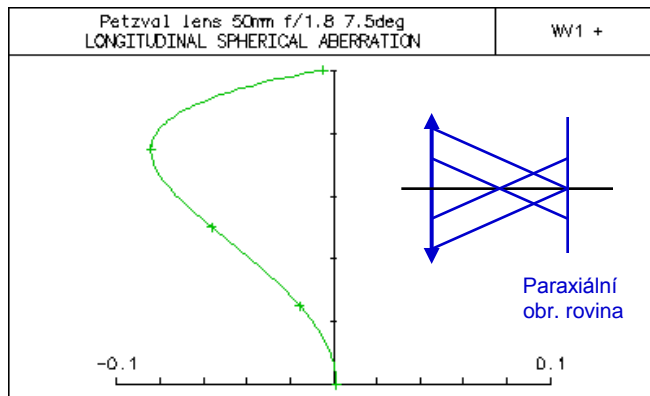


# Demonstrace optimálního zaostření v programu OSLO

## Korigovaný průběh sférické vady – Petzvalův objektiv

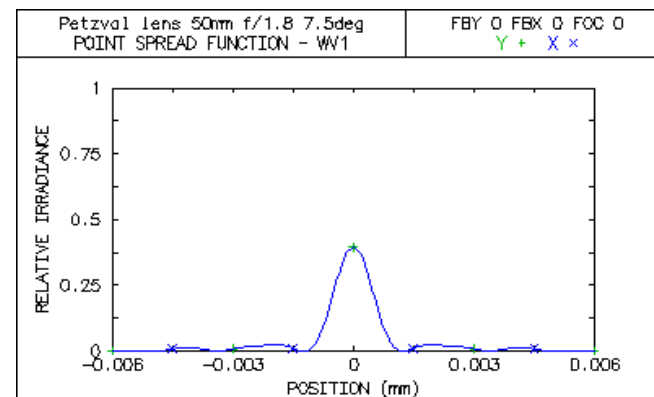
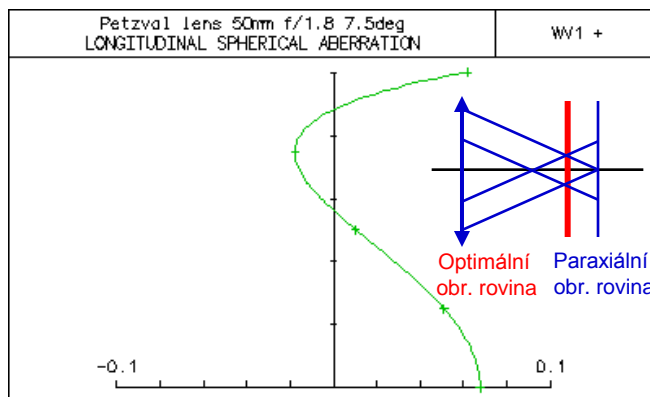


## Paraxiální obrazová rovina

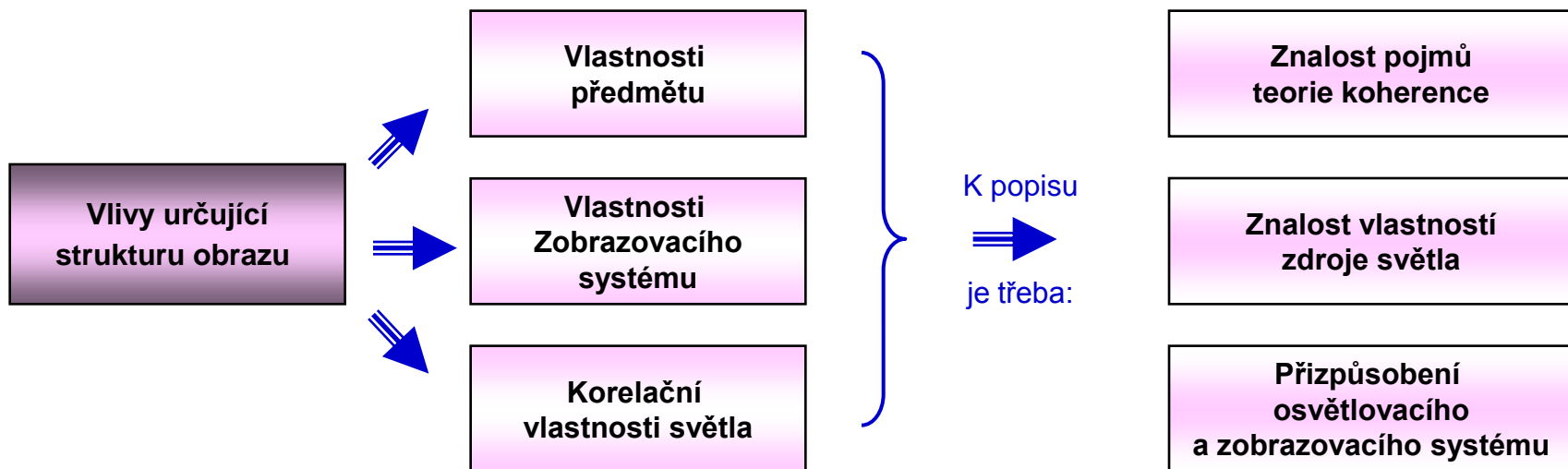


## Optimální obrazová rovina

(poloha určena minimalizací RMS OPD v programu OSLO)

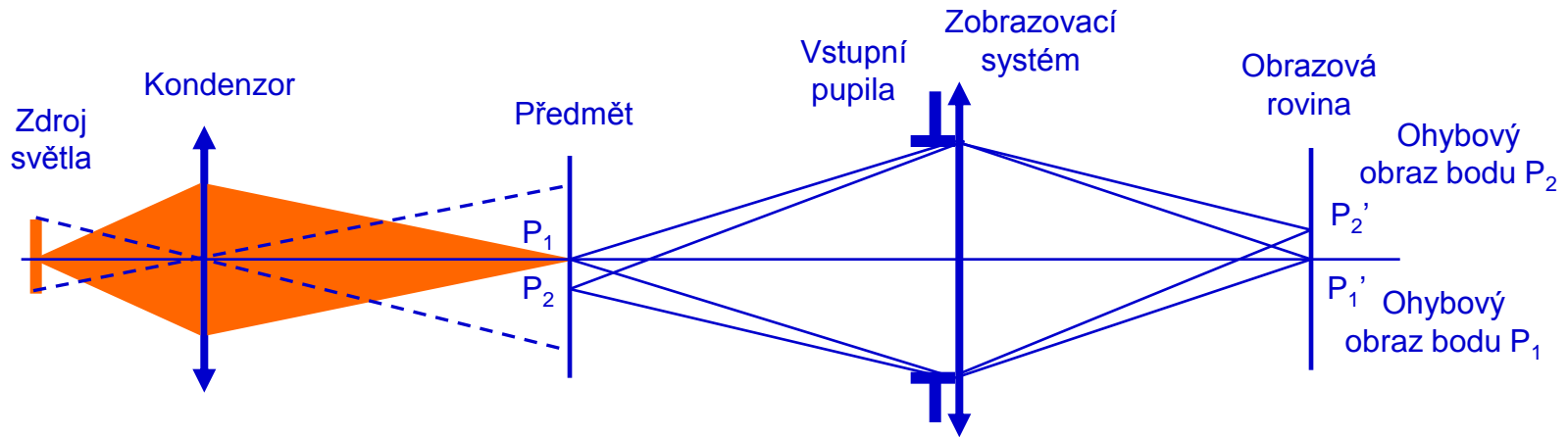


# Zobrazování částečně koherentním světlem



Při zobrazování částečně koherentním světlem je nutné analyzovat optický řetězec tvořený osvětlovacím a zobrazovacím systémem. Rozlišovací schopnost řetězce závisí jen na koherenčních vlastnostech světla, které prosvětluje pozorovaný předmět a na optickém výkonu zobrazovacího systému. Optické vady osvětlovacího systému na rozlišovací schopnost nemají vliv.

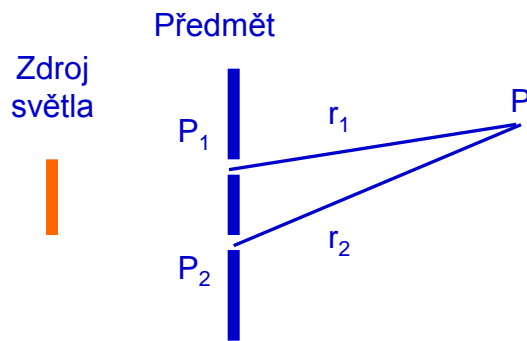
# Kritické osvětlení



## Osvětlení předmětu a vznik obrazu:

Zdroj monochromatického, prostorově nekoherentního záření je zobrazen do předmětové roviny a prosvětluje přitom pozorovaný předmět. Korelační vlastnosti světla vyslaného zdrojem se šířením vylepšují, takže záření v rovině předmětu je částečně koherentní. Jednotlivé body předmětu se stávají sekundárními zdroji a jsou optickým systémem zobrazeny. Bodům předmětu  $P_1$  a  $P_2$  pak odpovídají ohybové obrazce, které mají svá centra v paraxiálních obrazových bodech  $P_1'$  a  $P_2'$ . Velikost ohybových obrazců je určena geometrickými a optickými vlastnostmi zobrazovacího systému (v případě fyzikálně dokonalého systému jde o Airyho disk). Ohybové obrazce blízkých bodů se překrývají. Způsob jakým se signály sečtou závisí na míře koherence (sladění fáze) světla v odpovídajících bodech předmětu. Existují dva limitní případy: světlo je v uvažovaných bodech předmětu úplně korelované (koherentní) nebo úplně nekorelované (nekoherentní). Jsou-li předmětové body korelované, v obrazové rovině se sčítají komplexní amplitudy signálů v překrytých ohybových obrazcích. Výsledná intenzita je ovlivněna fázovým rozdílem signálů a říkáme, že ohybové obrazce interferují. V případě nekoherentních předmětových bodů se sčítají intenzity ohybových obrazců bez ohledu na fázi. V obecném případě jde o světlo částečně koherentní – výsledná intenzita překrytých ohybových obrazců je určena interferenčním zákonem pro částečně koherentní světlo.

# Základní pojmy teorie koherence



$E_P$  ... kompl. ampl. v bodě P  
 $E_j$  ... kompl. ampl. v bodě P<sub>j</sub>

$$E_P(t) = E_1(t - t_1) + E_2(t - t_2)$$

$$t_1 = r_1 / c, \quad t_2 = r_2 / c$$

Intenzita zaznamenaná v bodě P:

$$I = \langle E_P(t) E_P^*(t) \rangle$$

Obvyklé předpoklady:

**Signál je stacionární** – děje nejsou závislé na posunutí v čase,  $t - t_1 \rightarrow t$ ,  $t - t_2 \rightarrow t + \tau$ ,  $(t_1 - t_2 = \tau)$

**Signál je ergodický** – souborové středování lze nahradit středováním časovým (výsledek středování mnoha opakovaných realizací je stejný jako dostatečně dlouhé pozorování jediné realizace).

$$I = I_1 + I_2 + 2 \Re \{ \Gamma_{12}(\tau) \}$$

$I_j$  ... intenzita, kterou do bodu P přispívá předmětový bod P<sub>j</sub>,  $\Gamma_{12}$  ... funkce vzájemné koherence

Funkce vzájemné koherence:

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1(t) E_2^*(t + \tau) \rangle$$

Vzájemná intenzita:

$$\Gamma_{12}(0) = \langle E_1(t) E_2^*(t) \rangle$$

Intenzita:

$$I_j \equiv \Gamma_{jj}(0) = \langle E_j(t) E_j^*(t) \rangle$$

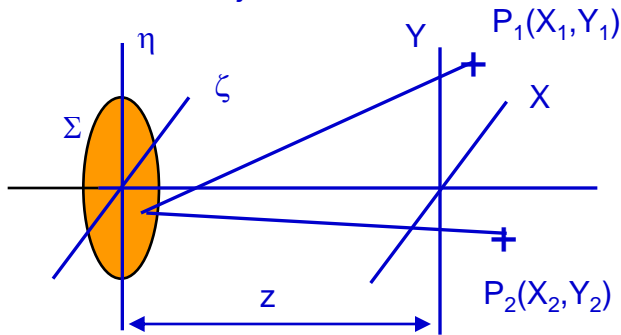


# Van Cittertův – Zernikeův teorém

Pro analýzu optického řetězce pro zobrazování částečně koherentním světlem je nutné vědět, jak se při šíření volným prostorem mění korelační vlastnosti světla vyzářeného kvazimonochromatickým prostorově nekoherentním zdrojem.

Tyto změny jsou dány Van Cittertovým – Zernikeovým teorémem.

Prostorově  
nekoherentní zdroj



Intenzita zdroje:  $I(\xi, \eta) \neq 0$  pro  $(\xi, \eta) \in \Sigma$

$I(\xi, \eta) = 0$  pro  $(\xi, \eta) \notin \Sigma$

Van Cittertův – Zernikeův teorém:

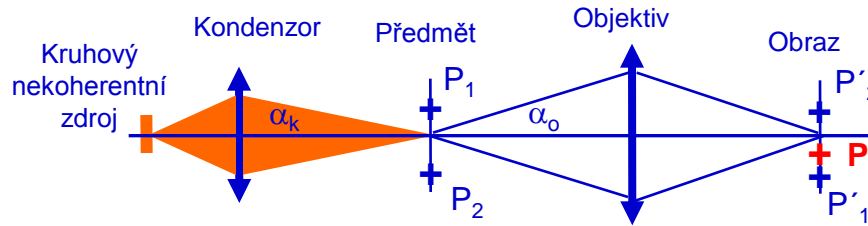
Stupeň koherence světla vyzářeného prostorově nekoherentním zdrojem je při jeho šíření prostorem určen jako Fourierova transformace intenzitního profilu zdroje.

Stupeň koherence v bodech  $P_1, P_2$ :

$$\gamma(P_1, P_2) = \exp(i\psi) \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(\xi, \eta) \exp[i2\pi(p\xi + q\eta)] d\xi d\eta}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(\xi, \eta) d\xi d\eta}$$

$$p = \frac{X_1 - X_2}{z\lambda}, \quad q = \frac{Y_1 - Y_2}{z\lambda}, \quad \psi = \frac{\pi}{z\lambda} (X_2^2 - X_1^2 + Y_2^2 - Y_1^2)$$

# Zobrazování systémem s kritickým osvětlením



Budeme-li body  $P_1$  a  $P_2$  předmětové roviny chápat jako bodové sekundární zdroje, pak za předpokladu fyzikálně dokonalého objektivu budou paraxiální obrazové body  $P'_1$  a  $P'_2$  centry difrakčně omezených obrazců (Airyho disků). Do bodu  $P'(X,Y)$ , který je blízký bodům  $P'_1(X_1,Y_1)$  a  $P'_2(X_2,Y_2)$  budou jednotlivé obrazy přispívat následující intenzitou:

Obraz zdroje je v rovině předmětu mnohem větší než Airyho disk odpovídající apertuře kondenzoru. Při této situaci je stupeň koherence v bodech  $P_1$  a  $P_2$  stejný jako kdyby byl předmět osvětlen prostorově nekoherentním zdrojem umístěným v rovině kondenzoru. Stupeň koherence v bodech  $P_1, P_2$  pak lze určit přímým použitím Van Cittertova-Zernikeova teorému pro kruhový zdroj:

Intenzita, kterou předmětový bod  $P_j$  přispívá do bodu  $P'$

$$I^{(j)}(P') = \left[ \frac{2J_j(v_j)}{v_j} \right]^2, \quad j = 1, 2$$

$$v_j = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(X - X_j)^2 + (Y - Y_j)^2} \sin \alpha_o$$

Stupeň koherence v bodech  $P_1(X_1, Y_1), P_2(X_2, Y_2)$

$$\gamma(P_1, P_2) = \frac{2J_1(u_{12})}{u_{12}}$$

$$u_{12} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2} \sin \alpha_k$$

# Zobrazení dvojice bodů při kritickém osvětlení

Intenzita v bodu  $P'$  obrazové roviny (blízkém bodům  $P'_1$  a  $P'_2$ ) je určena jako superpozice příspěvků difrakčně omezených obrazů předmětových bodů  $P_1$  a  $P_2$ . Způsob jakým se oba příspěvky složí závisí na stupni koherence v bodech  $P_1$  a  $P_2$ . V obecném případě bude intenzita v bodu  $P'$  určena interferenčním zákonem pro částečně koherentní světlo.

Intenzita v obrazové rovině při zobrazení dvojice částečně koherentních bodů

$$I(P') = \left[ \frac{2J_1(v_1)}{v_1} \right]^2 + \left[ \frac{2J_2(v_2)}{v_2} \right]^2 + 2 \frac{2J_1(mv_{12})}{mv_{12}} \frac{2J_1(v_1)}{v_1} \frac{2J_2(v_2)}{v_2}$$

$$m = \frac{\sin \alpha_k}{\sin \alpha_o}, \quad v_{12} = \frac{u_{12}}{m} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2} \sin \alpha_o$$

## Speciální případy kritického osvětlení

### Koherentní zobrazení

Je-li apertura kondenzoru velmi malá ( $m \rightarrow 0$ ), pak předmětové body  $P_1$  a  $P_2$  jsou osvětleny koherentně a výsledná intenzita v bodu  $P'$  je dána jako:

$$I(P') = \left[ \frac{2J_1(v_1)}{v_1} + \frac{2J_2(v_2)}{v_2} \right]^2$$

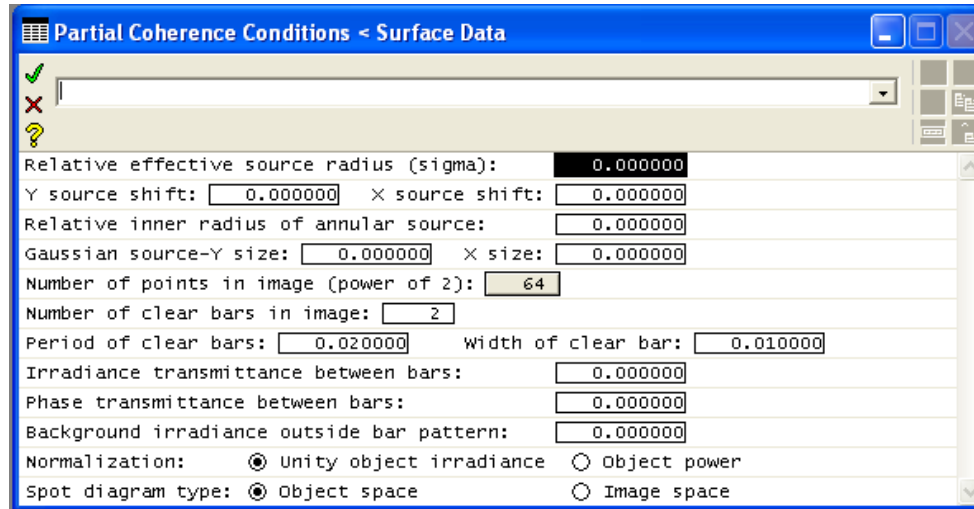
### Nekoherentní zobrazení

Podmínky nekoherentního zobrazení jsou splněny pokud  $m=1$  (apertury kondenzoru a objektivu jsou stejné) a  $v_{12}$  je nenulovým kořenem rovnice  $J_1(v_{12})=0$  (vzdálenost obrazových bodů  $P'_1$  a  $P'_2$  je rovna poloměru některého z tmavých kroužků Airyho disku):

$$I(P') = \left[ \frac{2J_1(v_1)}{v_1} \right]^2 + \left[ \frac{2J_2(v_2)}{v_2} \right]^2$$

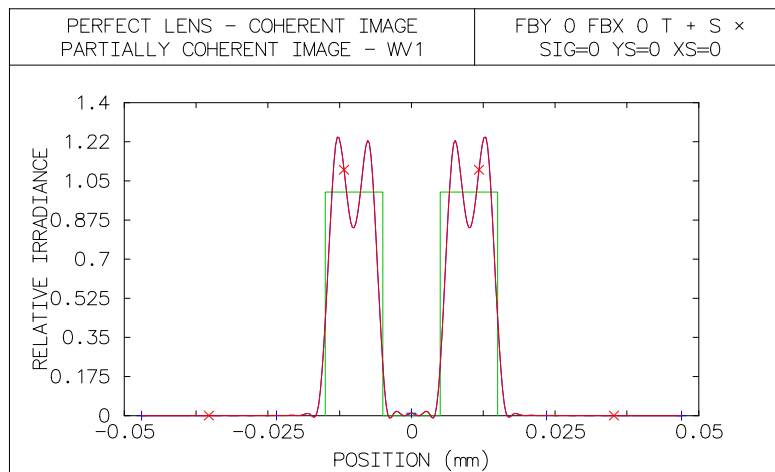
# Simulace řetězce s kritickým osvětlením - OSLO

„Perfect Lens“  $f=100$ ,  $NA=0.1$



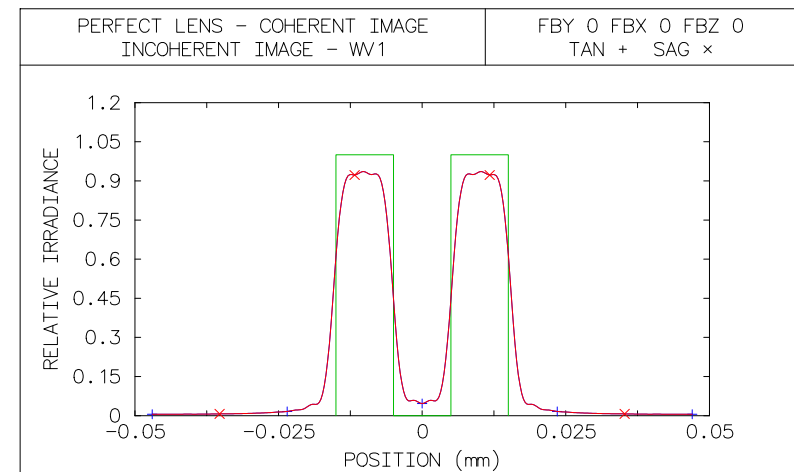
## Koherentní zobrazení

Relativní efektivní poloměr zdroje (sigma) = 0



## Nekoherentní zobrazení

Relativní efektivní poloměr zdroje (sigma) > 2



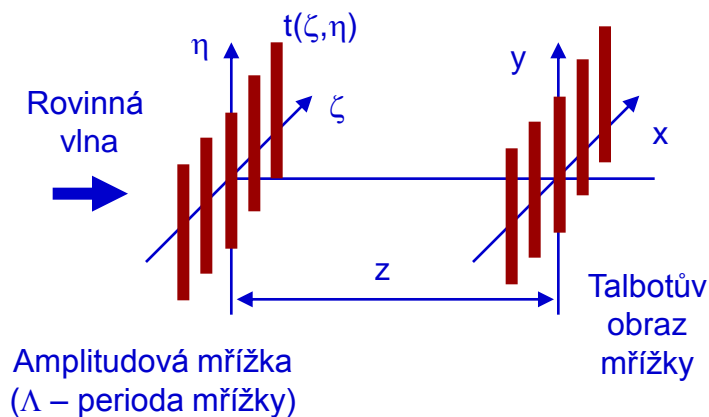
# Talbotův jev - samozobrazení

Vliv koherence světla na vznik obrazu lze názorně demonstrovat na příkladu Talbotova samozobrazení. Podstata jevu bude nejprve objasněna pro koherentní světlo. Následně bude Talbotův jev simulován v programu OSLO a studován vliv prostorové koherence světla.

## Podstata Talbotova jevu (W.F. Talbot 1800-1870)

Jedná se o optický jev při kterém rovinná vlna procházející strukturou s periodickou funkcí propustnosti (např. kosinovou amplitudovou mřížkou) při následném volném šíření reprodukuje výchozí strukturu mřížky. Tímto způsobem vznikají obrazy mřížky bez použití zobrazovacích prvků – proto je jev označován za Talbotovo samozobrazení.

## Geometrie Talbotova samozobrazení



## Postup popisu jevu

- Periodická struktura (mřížka) je zapsána pomocí funkce propustnosti  $t(\zeta, \eta)$ .
- Je zvolen způsob popisu volného šíření rovinné vlny po Průchodu mřížkou. Matematicky to lze výhodně provést ve frekvenčním přístupu (alternativně se nabízí přístup impulzní).
- Ve frekvenčním přístupu je nutné vypočítat prostorové spektrum mřížky ve výchozí rovině a popsat jeho šíření na vzdálenost  $z$ .
- To se provede vynásobením prostorového spektra přenosovým faktorem volného prostoru vyjádřeným ve Fresnelově aproximaci.
- Zpětnou Fourierovou transformací se z prostorového spektra v cílové rovině určí komplexní amplituda, která popisuje Talbotovy obrazy mřížky.

# Matematický popis Talbotova jevu

Funkce propustnosti amplitudové kosinové mřížky:  $t(\xi, \eta) = \frac{1}{2} [1 + m \cos(2\pi\xi / \Lambda)]$

Prostorové spektrum mřížky (Fourierova transformace funkce propustnosti):

$$T(v_x, v_y) \equiv FT\{t(\xi, \eta)\} = \frac{1}{2} \delta(v_x, v_y) + \frac{m}{4} \delta\left(v_x - \frac{1}{\Lambda}, v_y\right) + \frac{m}{4} \delta\left(v_x + \frac{1}{\Lambda}, v_y\right)$$

Přenosová funkce volného prostoru (Fresnelova aproximace):

$$H(v_x, v_y, z) = \exp(-ikz) \exp\left[i\pi\lambda z (v_x^2 + v_y^2)\right]$$

Komplexní amplituda ve vzdálenosti  $z$  za mřížkou:

$$U(x, y, z) \equiv FT^{-1}\{T(v_x, v_y, z)\} = \frac{1}{2} \exp(-ikz) \left[1 + m \cos(2\pi x / \Lambda) \exp(i\pi\lambda z / \Lambda^2)\right]$$

# Vznik Talbotových obrazů

Při volném šíření světla za mřížkou lze rozlišit tři významné situace:

Přesné Talbotovy obrazy mřížky

Obrazy vznikají ve vzdálenostech, které splňují podmínku  $\frac{\pi\lambda z}{\Lambda^2} = 2n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$

Intenzita:  $I = |U|^2 = \frac{1}{4} [1 + m \cos(2\pi x / \Lambda)]^2$       Kontrast:  $K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = m$

Reverzní Talbotovy obrazy mřížky (fázový posuv mřížky  $\pi$ )

Obrazy vznikají ve vzdálenostech, které splňují podmínku  $\frac{\pi\lambda z}{\Lambda^2} = (2n + 1)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$

Intenzita:  $I = \frac{1}{4} [1 - m \cos(2\pi x / \Lambda)]^2$       Kontrast:  $K = m$

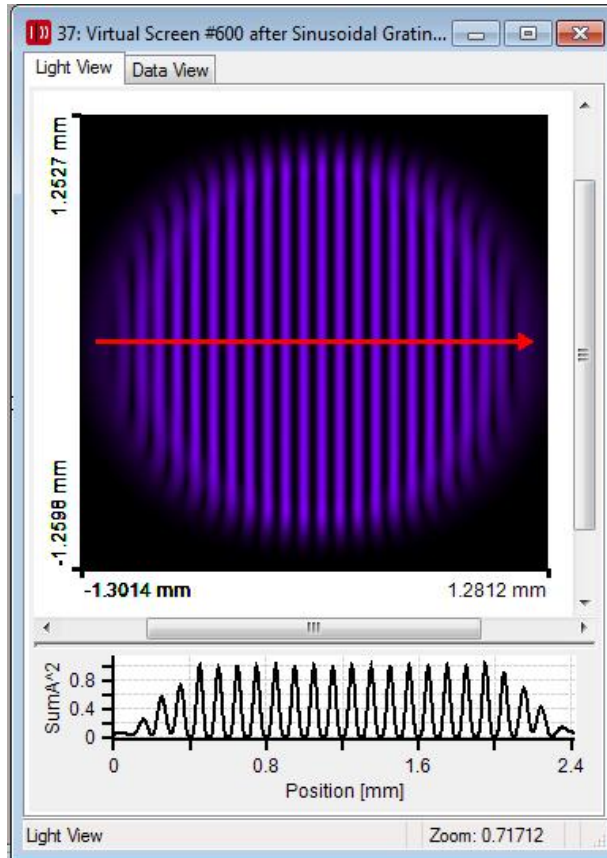
Talbotovy „subobrazy“ mřížky (dvojnásobná frekvence, redukováný kontrast)

Obrazy vznikají ve vzdálenostech, které splňují podmínku  $\frac{\pi\lambda z}{\Lambda^2} = (2n - 1)\frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$

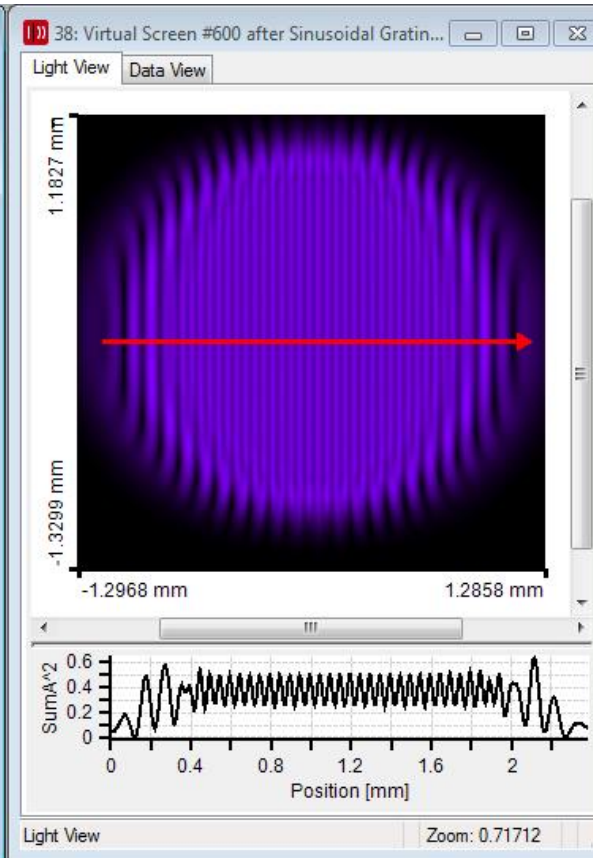
Intenzita:  $I = \frac{1}{4} \left[ \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right) + \frac{m^2}{2} \cos\left( \frac{4\pi x}{\Lambda} \right) \right]$       Kontrast:  $K = \frac{1^2}{1 + 2/m^2}$

# Talbotův jev v programu VirtualLab

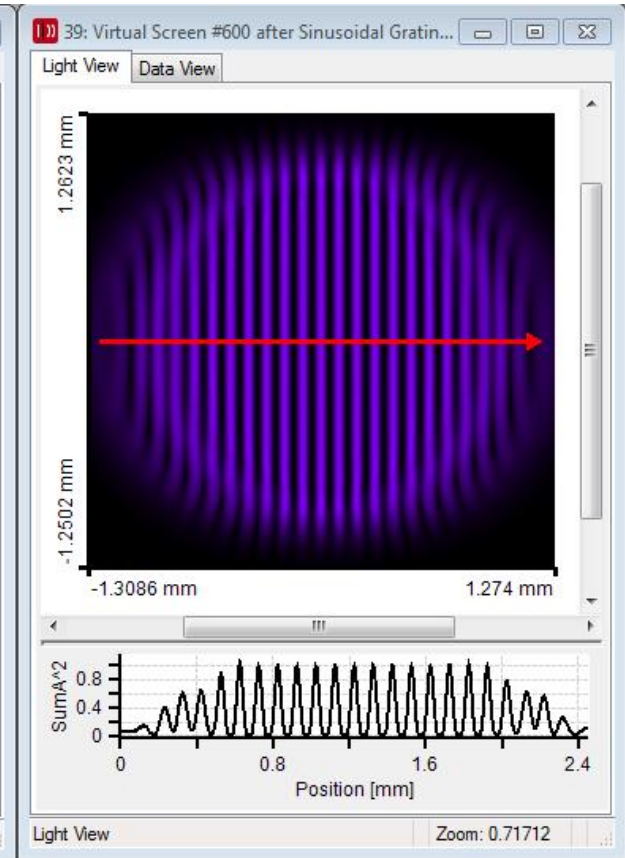
Monochromatická rovinná vlna  $\lambda=400$  nm, mřížka  $\Lambda=100$   $\mu$ m



Přesný Talbotův obraz



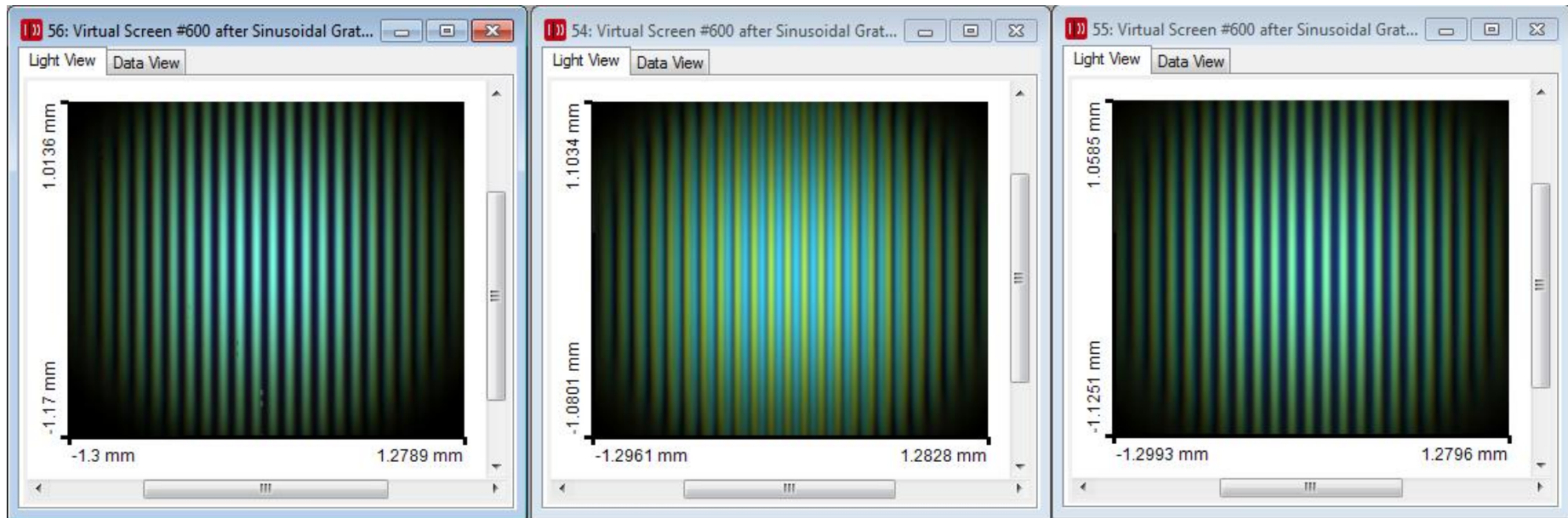
Talbotův subobraz



Talbotův reverzní obraz

# Talbotův jev v programu VirtualLab

Kvazimonochromatický gaussovský svazek  $\lambda=500$  nm,  $\Delta\lambda=50$  nm  
mřížka  $\Lambda=100$   $\mu\text{m}$



Přesný Talbotův obraz

Talbotův subobraz

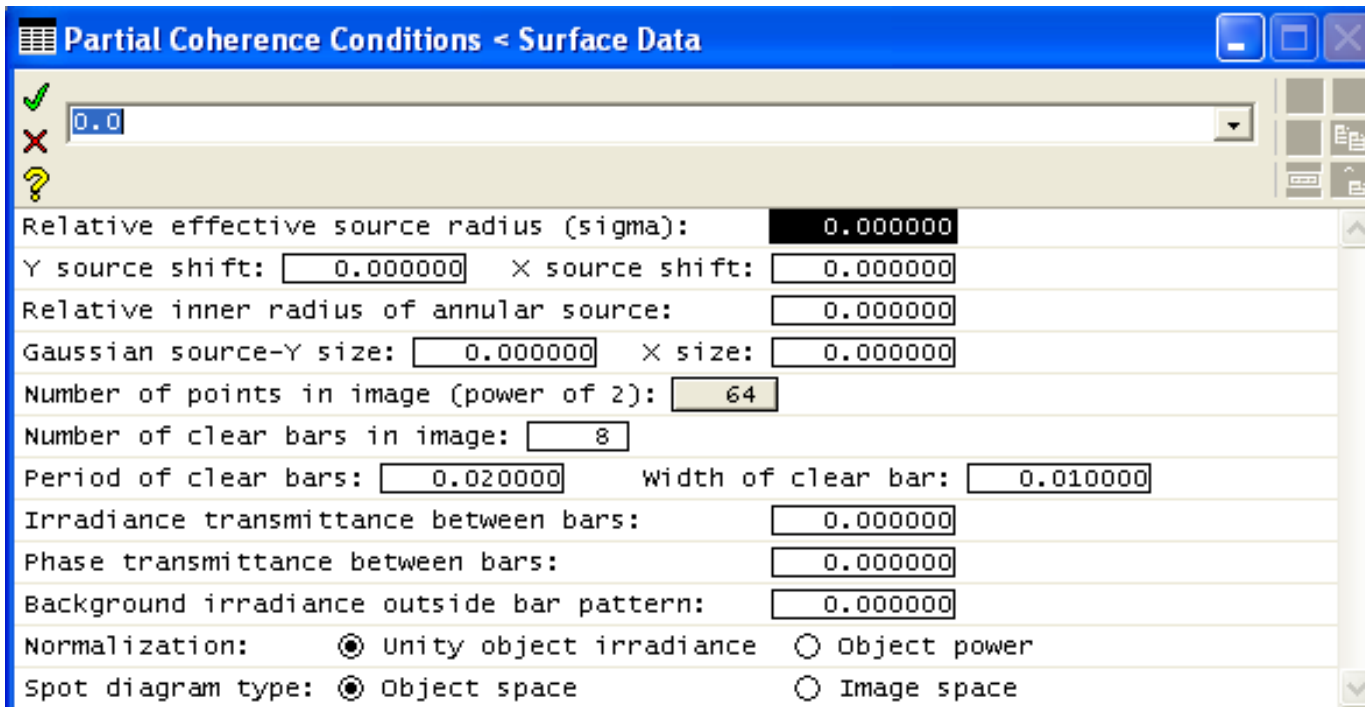
Talbotův reverzní obraz

# Simulace Talbotova jevu – program OSLO

## Postup simulace a nastavení parametrů

Pro simulaci je zvolen fyzikálně dokonalý systém („Perfect Lens“) s parametry:  $f' = 100$  mm,  $NA = 0.05$ ,  $m = 0$ . Jako předmět je zvolena amplitudová pravoúhlá mřížka s obrazovou periodou  $\Lambda = 20$   $\mu\text{m}$ . Mřížka je zobrazena do obrazové ohniskové roviny. Při defokusačním posuvu detektoru podél optické osy systému se v příslušných rovinách objevují přesné Talbotovy obrazy mřížky, obrazy s reverzním kontrastem a obrazy mřížky s dvojnásobnou frekvencí. Příslušné defokusační posuvy jsou určeny periodou mřížky  $\Lambda$  a vlnovou délkou  $\lambda$ .

Zadání parametrů zdroje v programu OSLO  
(samozobrazení Talbotovy mřížky v koherentním světle)



Partial Coherence Conditions < Surface Data

0.0

Relative effective source radius (sigma): 0.000000

Y source shift: 0.000000 X source shift: 0.000000

Relative inner radius of annular source: 0.000000

Gaussian source-Y size: 0.000000 X size: 0.000000

Number of points in image (power of 2): 64

Number of clear bars in image: 8

Period of clear bars: 0.020000 width of clear bar: 0.010000

Irradiance transmittance between bars: 0.000000

Phase transmittance between bars: 0.000000

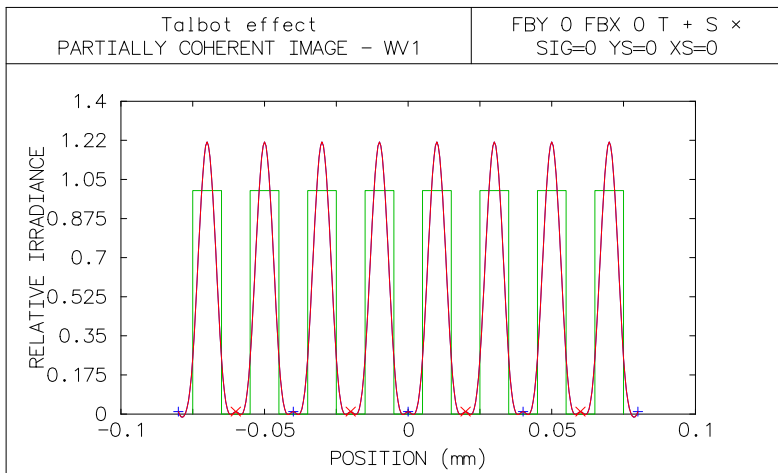
Background irradiance outside bar pattern: 0.000000

Normalization:  Unity object irradiance  Object power

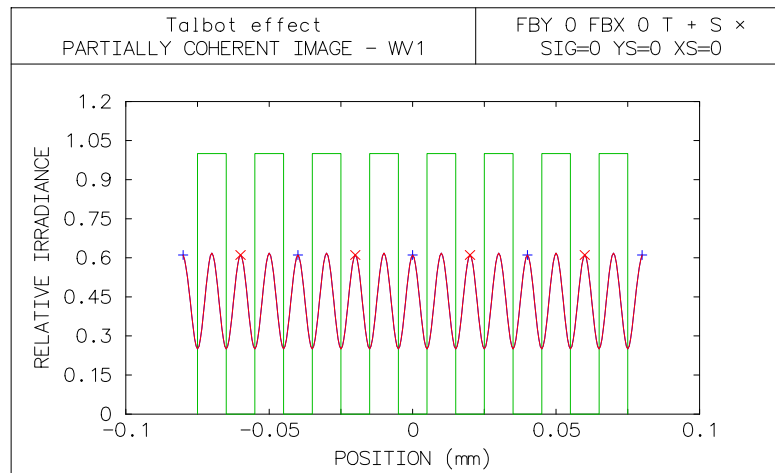
Spot diagram type:  Object space  Image space

# Koherentní Talbotovy obrazy – program OSLO

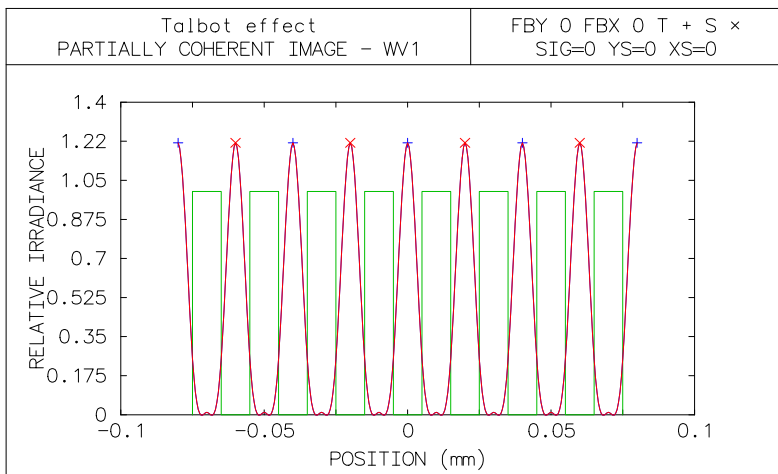
Perfektní obraz v ohniskové rovině,  $\Delta z=0$  mm



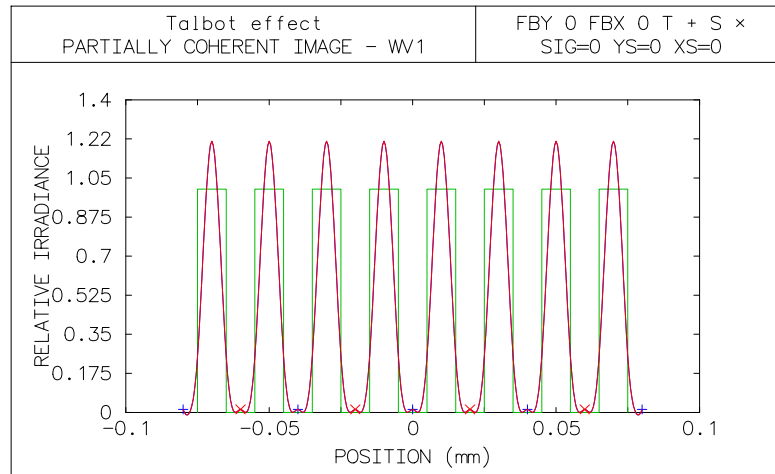
První “subobraz” (dvojnásobná frekvence),  $\Delta z=0.4$  mm



První reverzní obraz (fázový posuv  $\pi$ ),  $\Delta z=0.8$  mm



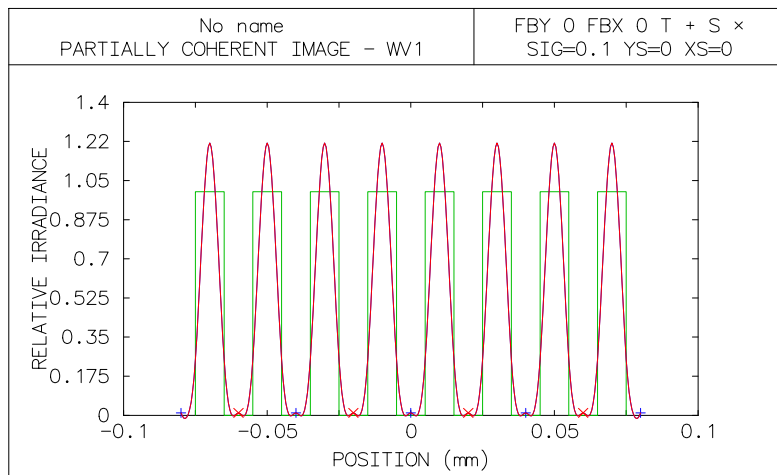
První perfektní Talbotův obraz,  $\Delta z=1.6$  mm



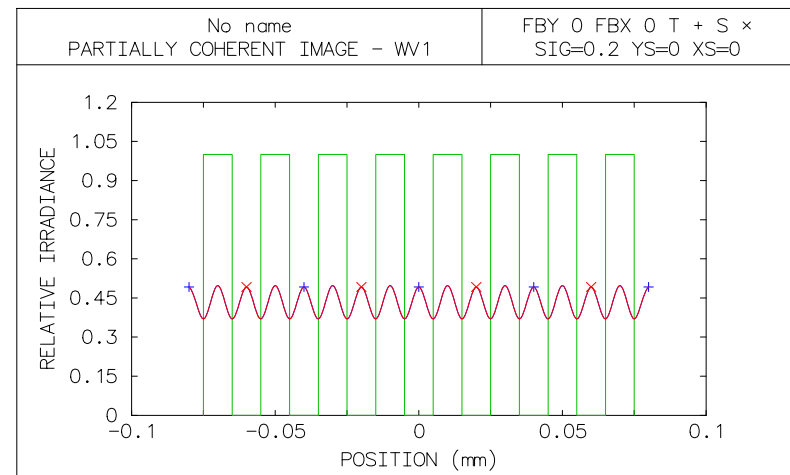
# Částečně koherentní Talbotovy obrazy

Částečně koherentní světlo: efektivní poloměr zdroje  $\sigma = 0.2$

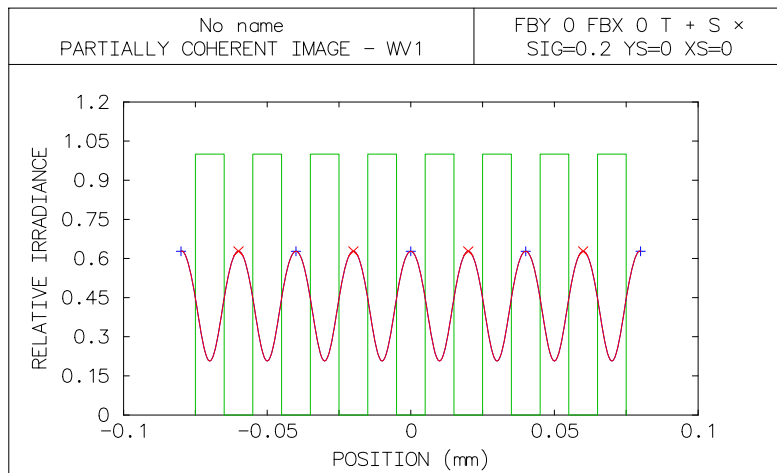
Perfektní obraz v ohniskové rovině,  $\Delta z = 0$  mm



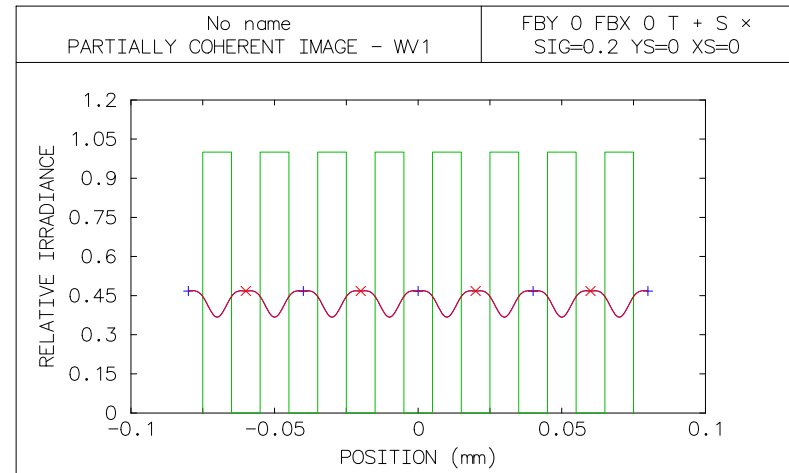
První "subobraz" (dvojnásobná frekvence),  $\Delta z = 0.4$  mm



První reverzní obraz (fázový posuv  $\pi$ ),  $\Delta z = 0.8$  mm



První Talbotův obraz,  $\Delta z = 1.6$  mm

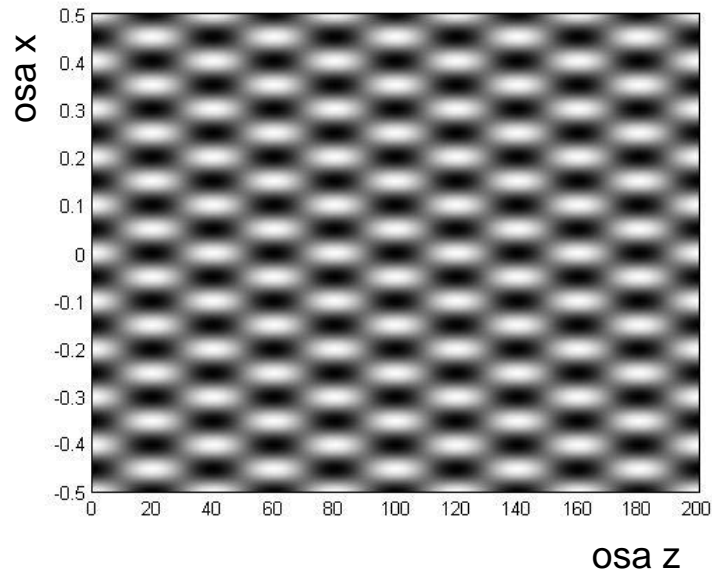


# Simulace Talbotova jevu – MATLAB

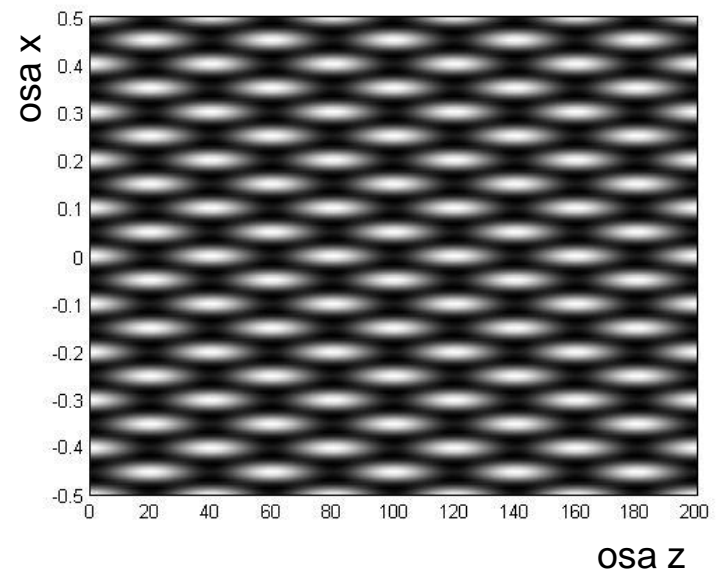
Funkce propustnosti mřížky

$$t(\xi, \eta) = \frac{1}{2} [1 + m \cos(2\pi\xi / \Lambda)]$$

$m = 0.2$

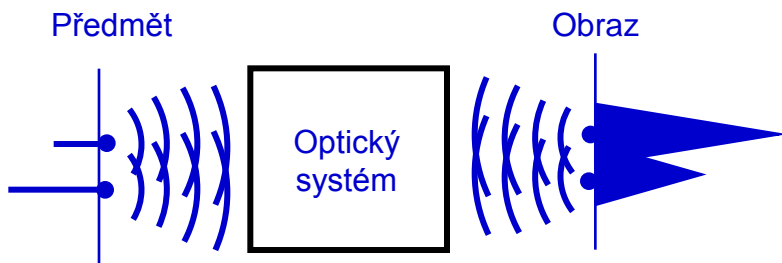


$m = 2$

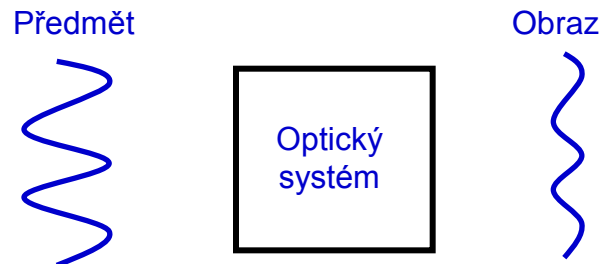


# Zobrazení rozlehlého předmětu

## Impulzní přístup



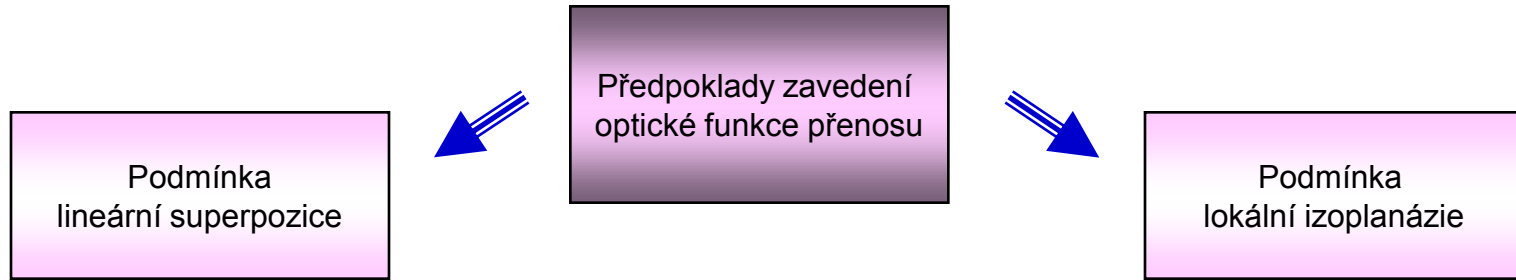
## Frekvenční přístup



Předmět je považován za soubor sekundárních bodových zdrojů, které vysílají divergentní sférické vlny. Ty jsou zachyceny a transformovány optickým systémem. Každému bodovému sekundárnímu zdroji předmětu odpovídá v obrazové rovině rozptylová ploška jejíž velikost a tvar jsou ovlivněny vlastnostmi optického systému. Výsledný rozruch v daném bodu obrazové roviny pak musí být určen jako součet příspěvků jednotlivých bodových zdrojů předmětu. Protože bodové sekundární zdroje pokrývají předmět spojitě je nutné výsledný rozruch ve vyšetřovaném bodu obrazu určit integrální transformací známou jako *konvoluce*.

Předmět je s využitím principů Fourierovské optiky reprezentován spojitou superpozicí kosinových mřížek různých prostorových frekvencí, amplitud a fází. Zobrazení pak může být chápáno jako přenos periodických struktur ze kterých je předmět složen. V případě ideálního zobrazení předmětu by mřížky všech prostorových frekvencí musely být přeneseny s nezměněnou amplitudou a fází. Při reálném zobrazení jsou jednotlivé mřížky přeneseny s amplitudovým útlumem případně s fázovým posuvem. V důsledku těchto změn dochází k degradaci obrazu. Metodika hodnocení obrazu založená na analýze přenosu periodických struktur optickým systémem využívá výpočetní aparát známý jako *optická funkce přenosu*.

# Podmínky použití frekvenční analýzy zobrazení



## Podmínka lineární superpozice:

Hodnocený optický systém musí optický signál, transformovat při splnění podmínky lineární superpozice. Odpovídají-li veličinám  $f_1$  a  $f_2$  v předmětovém prostoru veličiny  $g_1$  a  $g_2$  v obrazovém prostoru, pak veličině  $f_1+f_2$  musí odpovídat veličina  $g_1+g_2$ .

Podmínky lineárního přenosu optického signálu se mění s jeho korelačními vlastnostmi:

koherentní světlo – lineární přenos komplexní amplitudy,

nekoherentní světlo – lineární přenos intenzity,

částečně koherentní světlo – lineární přenos vzájemné intenzity.

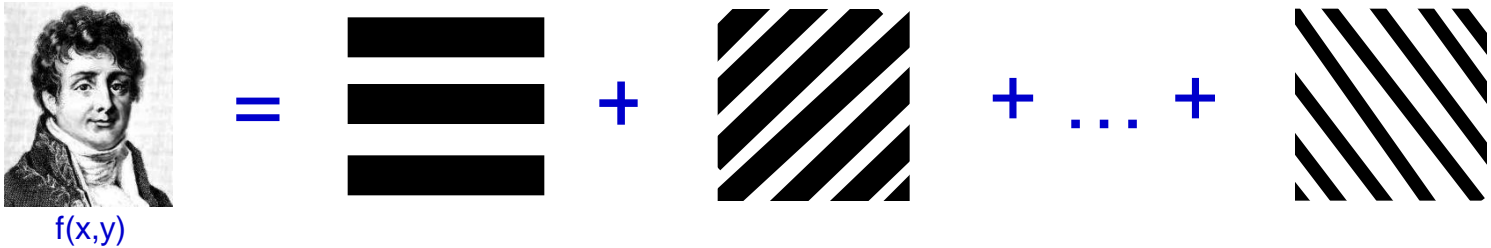
## Podmínka lokální izoplanázie

Tato podmínka vyžaduje aby při malém bočním přemístění předmětového bodu došlo k odpovídajícímu přemístění rozptylového obrazce v obrazové rovině beze změny jeho velikosti a tvaru. Má-li předmětový bod souřadnice  $x_0, y_0$  a souřadnice v obrazové rovině jsou  $x', y'$ , pak bodová rozptylová funkce má na těchto souřadnicích závislost tvaru  $I_N = I_N(x'-x_0, y'-y_0)$ .

# Princip harmonické analýzy optického signálu

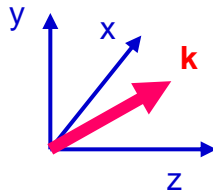
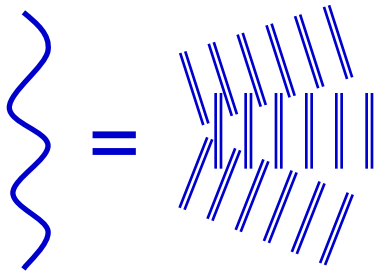
J.-B. J. Fourier (1786-1830)

Objevil harmonickou analýzu, která říká, že periodickou funkci lze považovat za součty sinusovek.



Optický signál, který je v předmětové rovině určen dvourozměrnou funkcí  $f(x,y)$ , lze nahradit spojitou superpozicí periodických funkcí o rozdílných prostorových frekvencích a komplexních amplitudách.

Periodická funkce (mřížka), která reprezentuje objekt v předmětové rovině odpovídá při šíření volným prostorem rovinné vlně jejíž směr šíření je určen prostorovou periodou mřížky.



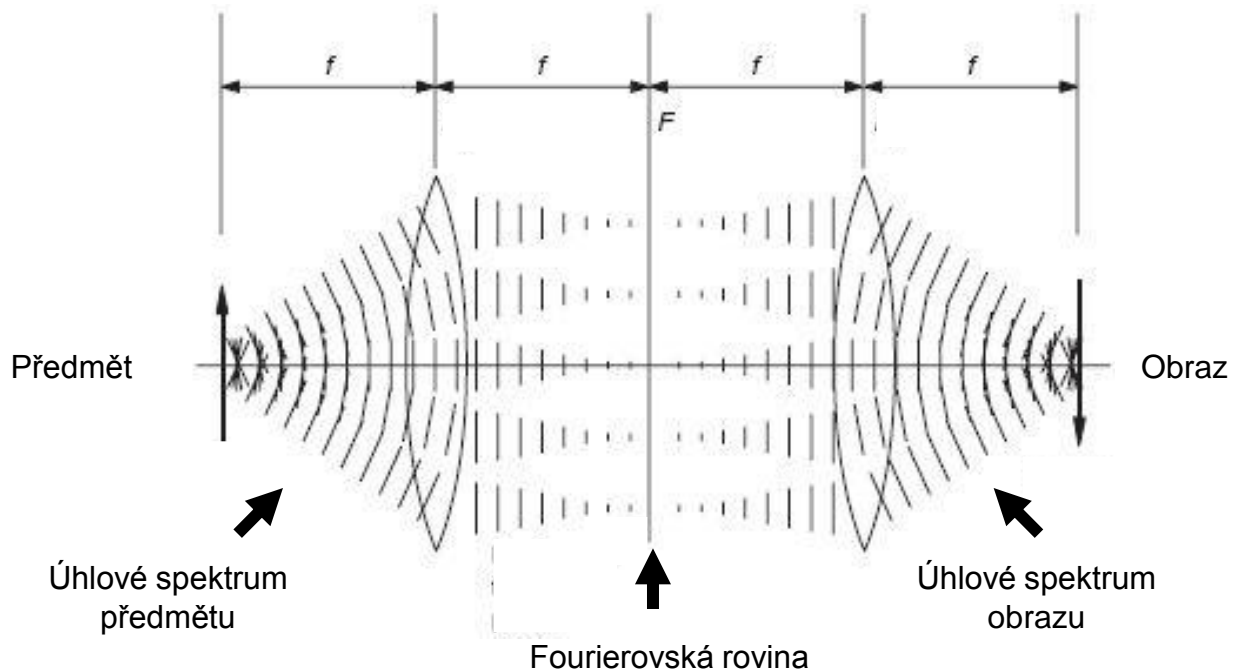
Vztah mezi prostorovými frekvencemi a směry šíření rovinných vln:

$$v_x = \cos \alpha / \lambda, \quad \alpha \text{ a } \beta \text{ jsou úhly, které svírá}$$

$$v_y = \cos \beta / \lambda, \quad \text{vlnový vektor } \mathbf{k} \text{ s osami } x \text{ a } y.$$

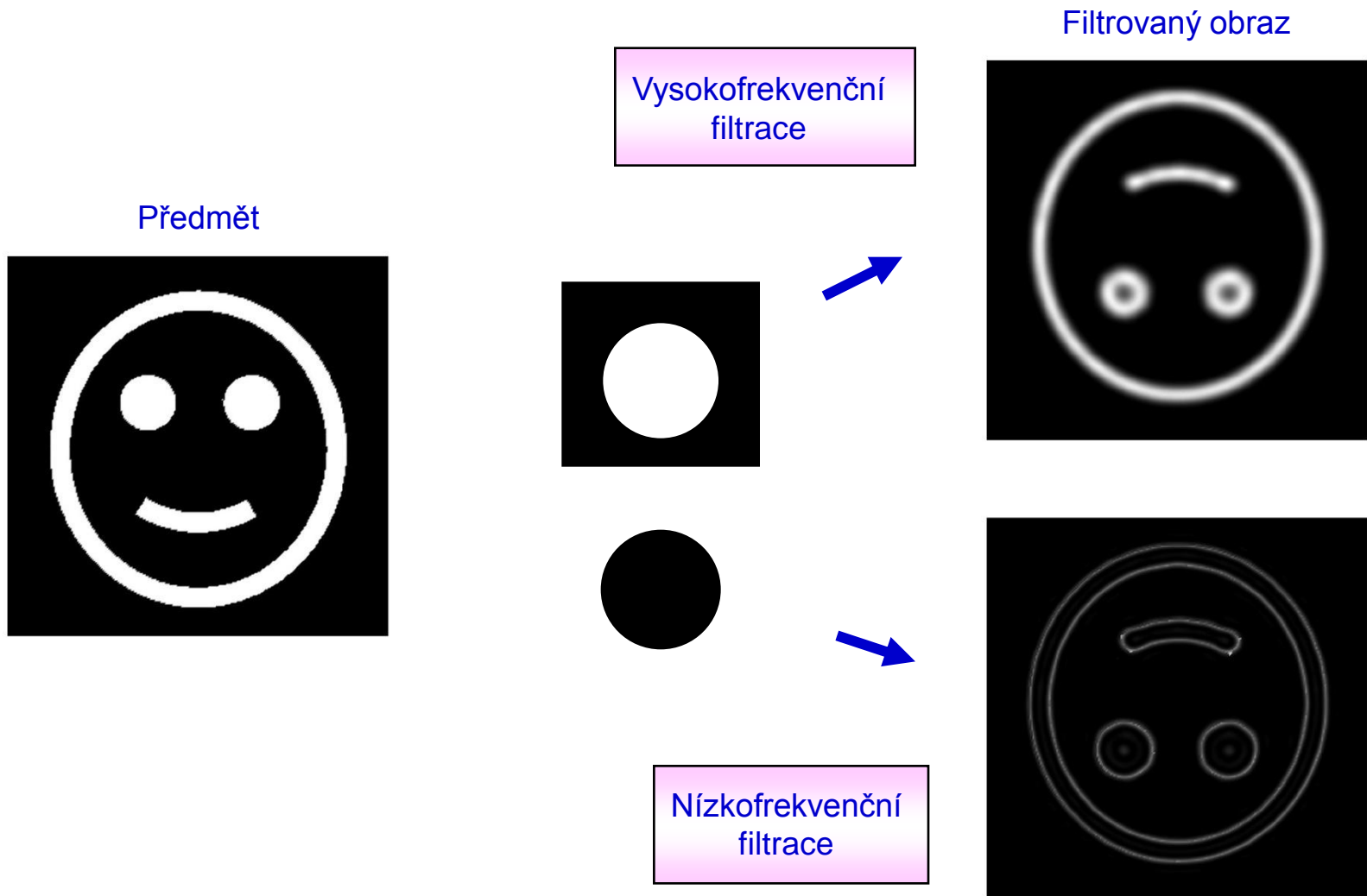
# Filtrace prostorového spektra

4 – f optický systém



Předmět je reprezentován úhlovým spektrem, jehož komponenty jsou rovinné vlny různých amplitud a směrů šíření. V ohniskové rovině první čočky je každá z rovinných vln lokalizována v jediném bodě – v této rovině vzniká Fourierovské spektrum předmětu. Vložím vhodného filtru mohou být některé komponenty ze spektra vyřazeny, což se projeví změnou struktury obrazu. Filtraci vysokých (nízkých) prostorových frekvencí lze provést vložím kruhové clony (nepropustného terčičku) do Fourierovské roviny.

# Simulace 4 – f systému v prostředí MATLAB



# Optická funkce přenosu pro koherentní světlo

Komplexní amplituda  
v rovině předmětu  
 $U(x_0, y_0)$



Komplexní amplituda  
v rovině obrazu  
 $U'(x', y')$

Optický systém při zobrazování v koherentním světle charakterizuje *Přístrojová funkce*  $G(x', y')$ : je to normovaná komplexní amplituda reprezentující obraz bodu (určí se pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce).

Komplexní amplituda v obrazové rovině je určena jako konvoluce komplexní amplitudy předmětu a přístrojové funkce:

$$U'(x', y') = \int \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_0, y_0) G(x' - mx_0, y' - my_0) dx_0 dy_0$$

Zkrácený zápis konvoluce:

$$U' = U * G$$

## Zavedení optické funkce přenosu pro koherentní světlo

Konvoluce funkcí  $U$ ,  $U$  a  $G$  se dá zapsat jako součin Fourierových obrazů těchto funkcí:

$$\bar{U}' = \bar{U} \bar{G}$$

Funkce  $\bar{G}(v_x, v_y) \equiv FT\{G(x, y)\}$  představuje *Optickou funkci přenosu pro koherentní osvětlení*. Lze ji chápat jako poměr komponent Fourierova spektra reprezentujících komplexní amplitudu obrazu a předmětu,

$$\bar{G}(v_x, v_y) = \bar{U}'(v_x, v_y) / \bar{U}(v_x, v_y)$$

## Základní pojmy frekvenční analýzy

Pro hodnocení optických systémů se používá normovaná optická funkce přenosu:

$$\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y) = \bar{G}(\nu_x, \nu_y) / \bar{G}(0, 0)$$

Optická funkce přenosu je obecně komplexní funkce a dá se zapsat ve tvaru:

$$\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y) = |\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y)| \exp[i\Phi(\nu_x, \nu_y)]$$

$|\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y)|$  . . . . . funkce přenosu modulace (kontrastu)

$\Phi(\nu_x, \nu_y)$  . . . . . funkce přenosu fáze

# Výpočet OFP pro koherentní osvětlení

Normovaná OFP pro koherentní světlo je dána pupilovou funkcí OS:

$$\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y) = P\left(-\frac{\lambda p}{\rho_p} \nu_x, -\frac{\lambda p}{\rho_p} \nu_y\right)$$

Speciální případ: Koherentní OFP pro fyzikálně dokonalý systém

Pupilová funkce OS:

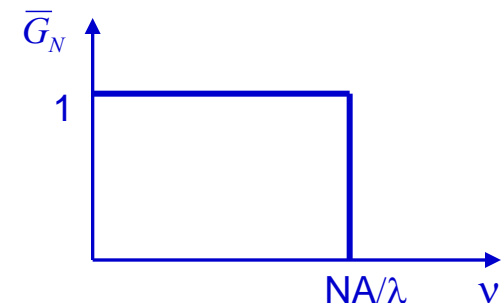
$$P(X_p, Y_p) = \begin{cases} 1 & \text{pro } X_p^2 + Y_p^2 \leq 1 \\ 0 & \text{pro } X_p^2 + Y_p^2 > 1 \end{cases}$$

Průběh OFP:

$$\bar{G}_N(\nu_x, \nu_y) = \begin{cases} 1 & \text{pro } \frac{\lambda^2 p^2}{\rho_p^2} (\nu_x^2 + \nu_y^2) \leq 1 \\ 0 & \text{pro } \frac{\lambda^2 p^2}{\rho_p^2} (\nu_x^2 + \nu_y^2) > 1 \end{cases}$$

Maximální radiální prostorová frekvence přenesená fyzikálně dokonalým OS s numerickou aperturou NA při koherentním osvětlení:

$$\nu_{\max} \equiv (\nu_x^2 + \nu_y^2)_{\max} = \frac{NA}{\lambda}$$



# Optická funkce přenosu pro nekoherentní světlo

Intenzita v rovině předmětu  
 $I(x_0, y_0)$



Intenzita v rovině obrazu  
 $I'(x', y')$



Optický systém při zobrazování v nekoherentním světle charakterizuje *Bodová rozptylová funkce*  $T(x', y')$ : je to normovaná intenzita reprezentující obraz bodu (určí se pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce).

Intenzita v obrazové rovině je určena jako konvoluce intenzity předmětu a bodové rozptylové funkce:

$$I'(x', y') = \int \int_{-\infty}^{+\infty} I(x_0, y_0) T(x' - mx_0, y' - my_0) dx_0 dy_0$$

Zkrácený zápis konvoluce:

$$I' = I * T$$

## Zavedení optické funkce přenosu pro nekoherentní světlo

Konvoluce funkcí  $I'$ ,  $I$  a  $T$  se dá zapsat jako součin Fourierových obrazů těchto funkcí:

$$\bar{I}' = \bar{I} \bar{T}$$

Funkce  $\bar{T}$  představuje *Optickou funkci přenosu pro nekoherentní osvětlení*.

Lze ji chápat jako poměr komponent Fourierova spektra reprezentujících intenzitu obrazu a předmětu,

$$\bar{T}(v_x, v_y) = \bar{I}'(v_x, v_y) / \bar{I}(v_x, v_y)$$

# Výpočet OFP pro nekoherentní osvětlení

## Výpočet pomocí Fourierovy transformace bodové rozptylové funkce

S použitím redukovaných obrazových souřadnic  $X'$  a  $Y'$  a redukovaných prostorových frekvencí  $\bar{v}_x, \bar{v}_y$  může být normovaná OFP pro nekoherentní osvětlení vyjádřena jako Fourierova transformace bodové rozptylové funkce:

$$\bar{T}_N(\bar{v}_x, \bar{v}_y) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(X', Y') \exp[i2\pi(\bar{v}_x X' + \bar{v}_y Y')] dX' dY'}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(X', Y') dX' dY'}$$

kde

$$\bar{v}_x = v_x \frac{p\lambda}{\rho_p}, \quad \bar{v}_y = v_y \frac{p\lambda}{\rho_p}, \quad X' = \frac{x' \rho_p}{p\lambda}, \quad Y' = \frac{y' \rho_p}{p\lambda}$$

## Výpočet pomocí autokorelace pupilové funkce

Vyjádříme-li bodovou rozptylovou funkci pomocí Fourierovy transformace pupilové funkce a použijeme-li větu o posuvu při výpočtu Fourierovy transformace, je možné OFP při nekoherentním osvětlení vyjádřit jako autokorelaci pupilové funkce:

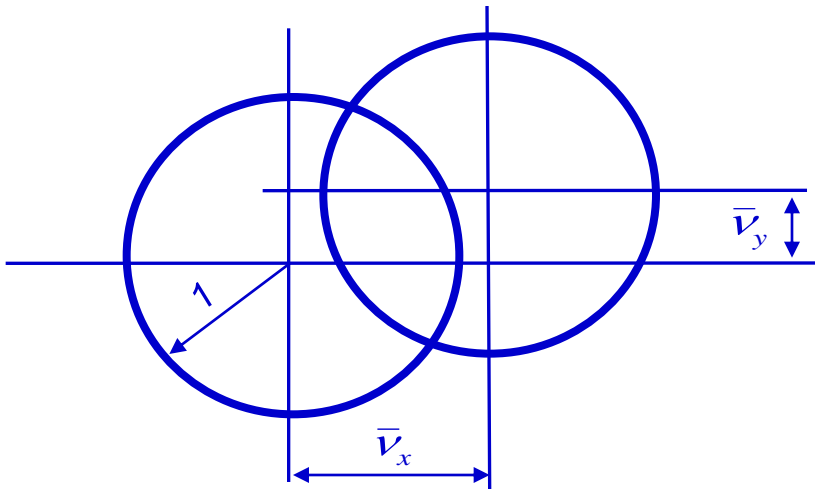
$$\bar{T}_N(\bar{v}_x, \bar{v}_y) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p) P^*(X_p + \bar{v}_x, Y_p + \bar{v}_y) dX_p dY_p}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_p, Y_p) P^*(X_p, Y_p) dX_p dY_p}$$

kde

$$X_p = \frac{x_p}{\rho_p}, \quad Y_p = \frac{y_p}{\rho_p}$$

# Nekoherentní OFP pro fyzikálně dokonalý OS

Předpoklad výpočtu: fyzikálně dokonalý systém s kruhovou, homogenně propustnou pupilou



Nekoherentní OFP  $\bar{T}_N(\bar{v}_x, \bar{v}_y)$  může být interpretována jako oblast překrytí posunutých oblastí výstupních pupil znázorněných v normovaných souřadnicích.

Maximální přenesená prostorová frekvence:

$$\bar{v}_M = 2 \quad \bar{v}_M = v_M \frac{\lambda p}{\rho_p}$$

$$v_M = \frac{2NA}{\lambda}$$

Fyzikálně dokonalý systém přeneše v nekoherentním světle dvakrát vyšší prostorovou frekvenci než ve světle koherentním (při stejném  $u$  a  $\lambda$ ).

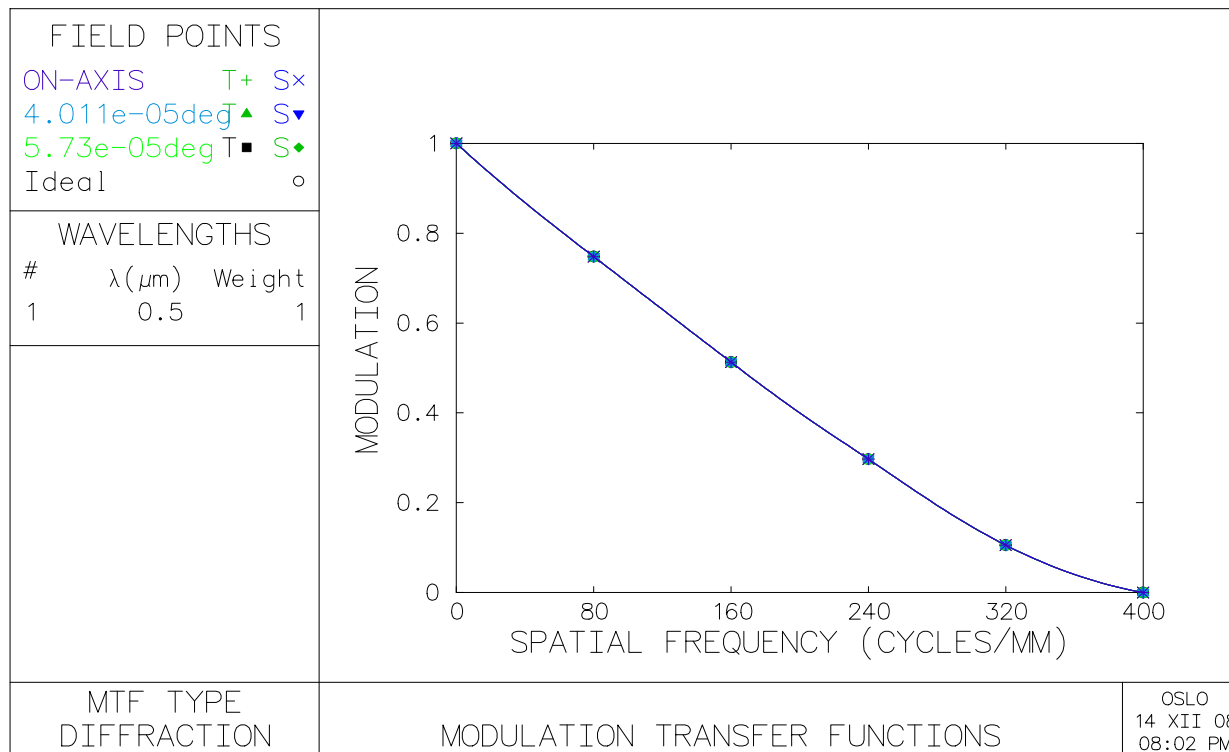
$$\bar{T}_N(\bar{v}_x, 0) = \frac{2}{\pi} \left[ \arccos \frac{\bar{v}_x}{2} - \frac{\bar{v}_x}{2} \sqrt{1 - \left( \frac{\bar{v}_x}{2} \right)^2} \right]$$

# Výpočet OFP v programu OSLO

Optický systém: "Perfect Lens", numerická apertura  $u=0.1$ , příčné měřítko  $m=0$

Podmínky zobrazení: nekoherentní světlo  $\lambda=500$  nm, osová oblast předmětu, paraxiální obrazová rovina

Maximální přenesená frekvence:  $\nu_M=2u/\lambda=400$  čar/mm

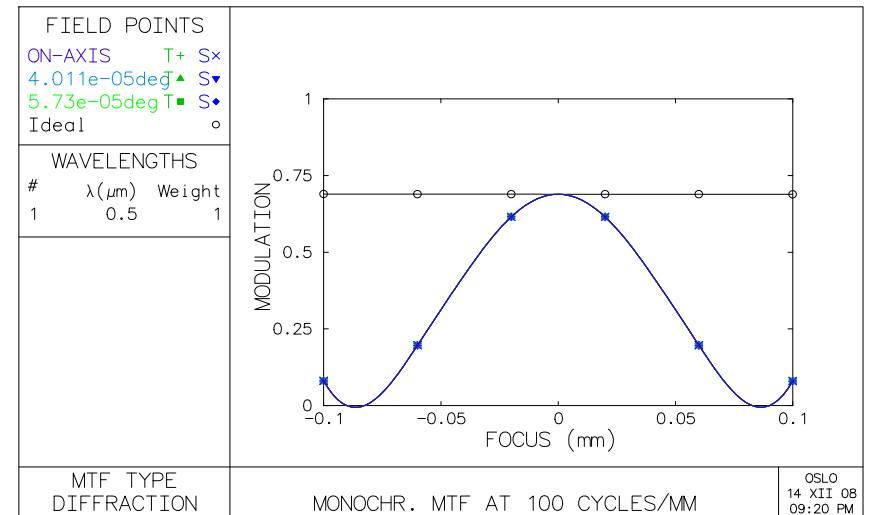
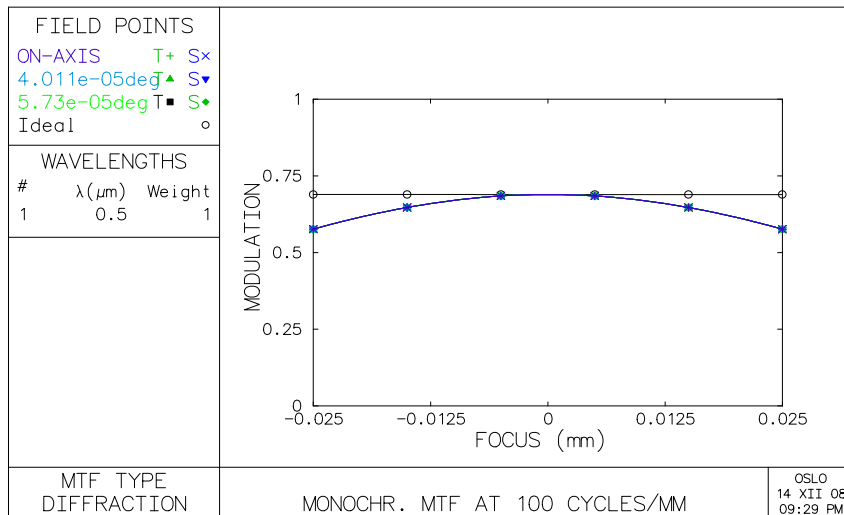


# Výpočet OFP v programu OSLO

Optický systém: "Perfect Lens", numerická apertura  $u=0.1$ , příčné měřítko  $m=0$   
 Podmínky zobrazení: nekoherentní světlo  $\lambda=500$  nm, osová oblast předmětu, prostorová frekvence 100 čar/mm

Přípustné rozostření:  $\Delta z_p = \lambda / (2u^2) = 0.025$  mm

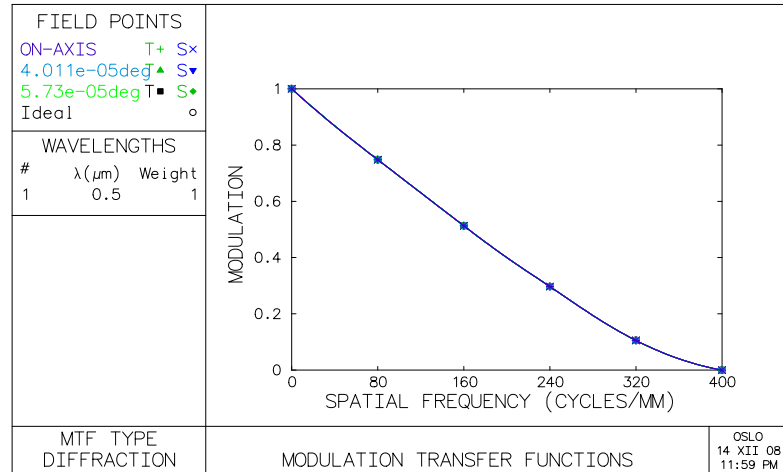
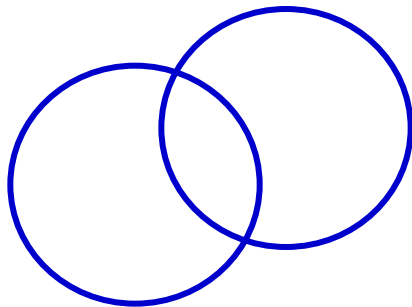
Nepřípustné rozostření:  $\Delta z = 4\Delta z_p = 0.1$  mm



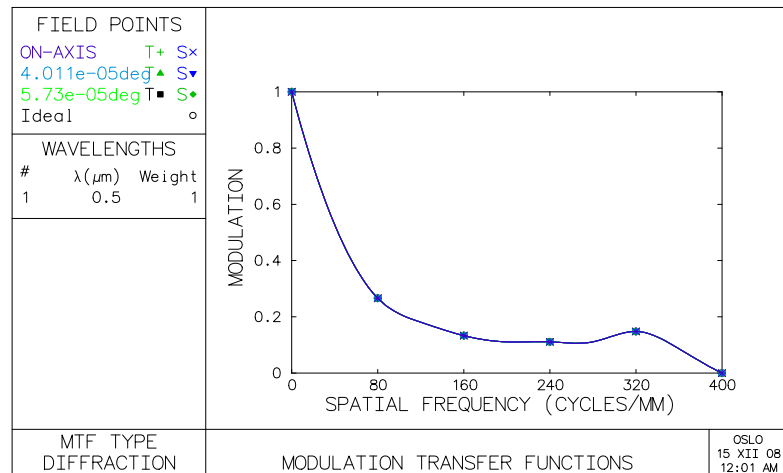
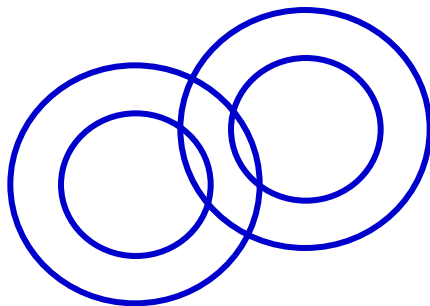
# Vliv tvaru výstupní pupily na OFP

„Perfect Lens“: ohnisková vzdálenost 100 mm, numerická apertura 0.1, příčné měřítko 0

Kruhová pupila

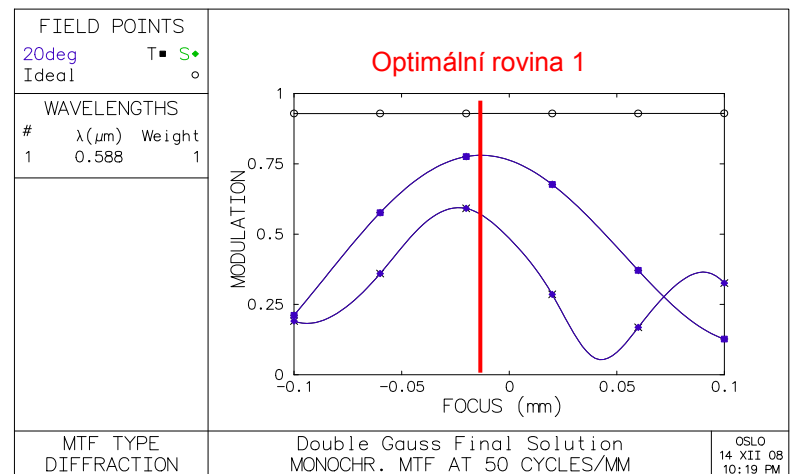
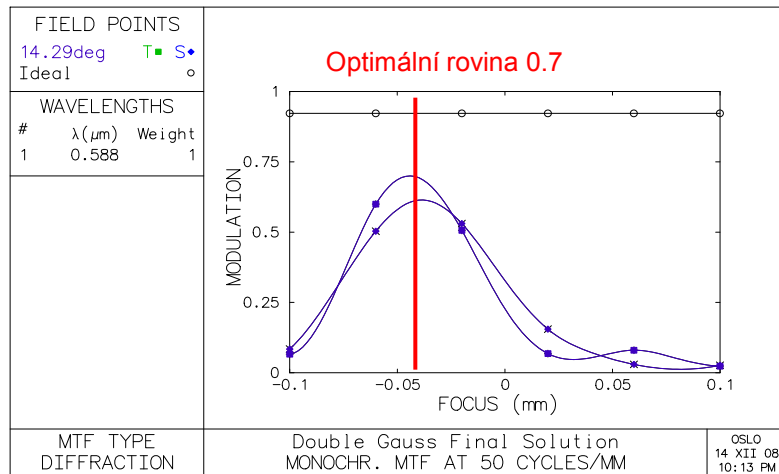
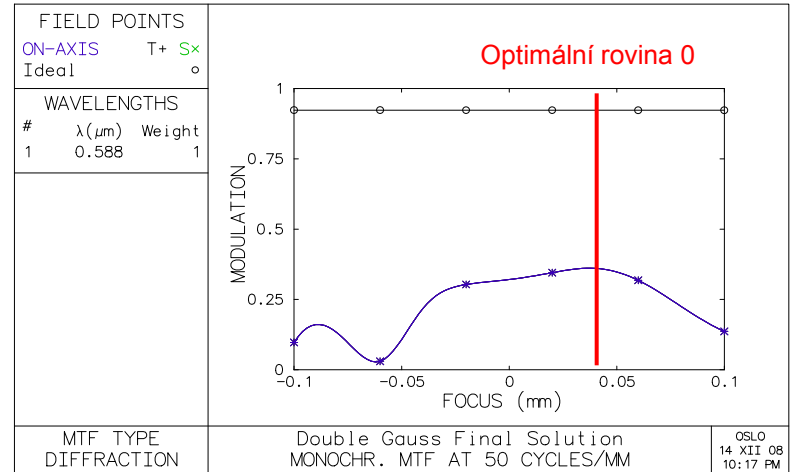
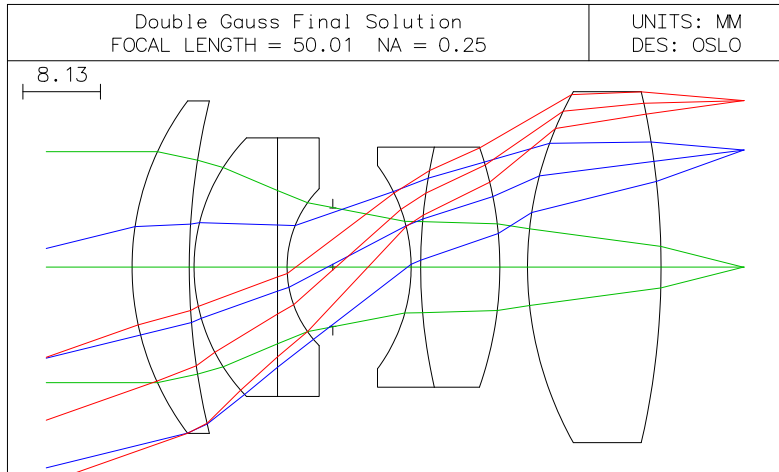


Centrální clonění  $m=0.75$



# Určení optimální obrazové roviny pomocí OFP

OFP v závislosti na rozostření pro prostorovou frekvenci 50 čar/mm



# OFP v paraxiální a optimální obrazové rovině

## OFP v závislosti na prostorové frekvenci

Paraxiální obrazová rovina

Optimální obrazová rovina

