

OPT/OZI

L04

Frekvenční analýza optických zobrazovacích systémů

koherence

uvažujeme realistickou detekci intenzity a kvazimonochromatický signál

koherentní pole

- jeden mód
- lze popsat komplexní amplitudou (vlnoplocha, fáze)

nekoherentní pole

- středování přes módy
- nelze popsat amplitudou (nelze definovat vlnoplochu, fázi)

detekovaná intenzita na výstupu systému (1D)

$$I_i(u) = \langle |U_i^\alpha(u)|^2 \rangle, \quad U_i^\alpha(u) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u-\xi) U_o^\alpha(\xi) d\xi$$

$$I_i(u) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(u-\xi) h^*(u-\xi') \underbrace{\langle U_o^\alpha(\xi) U_o^{\alpha*}(\xi') \rangle}_{\Gamma(\xi, \xi')} d\xi d\xi'$$

speciální případy

vzájemná intenzita

- koherentní pole = jeden mód

$$\Gamma(\xi, \xi') = U_o(\xi) U_o^*(\xi') \quad (\text{faktorizace})$$

$$I_i(u) = \left| \int h(u-\xi) U(\xi) d\xi \right|^2$$

- prostorově nekoherentní pole

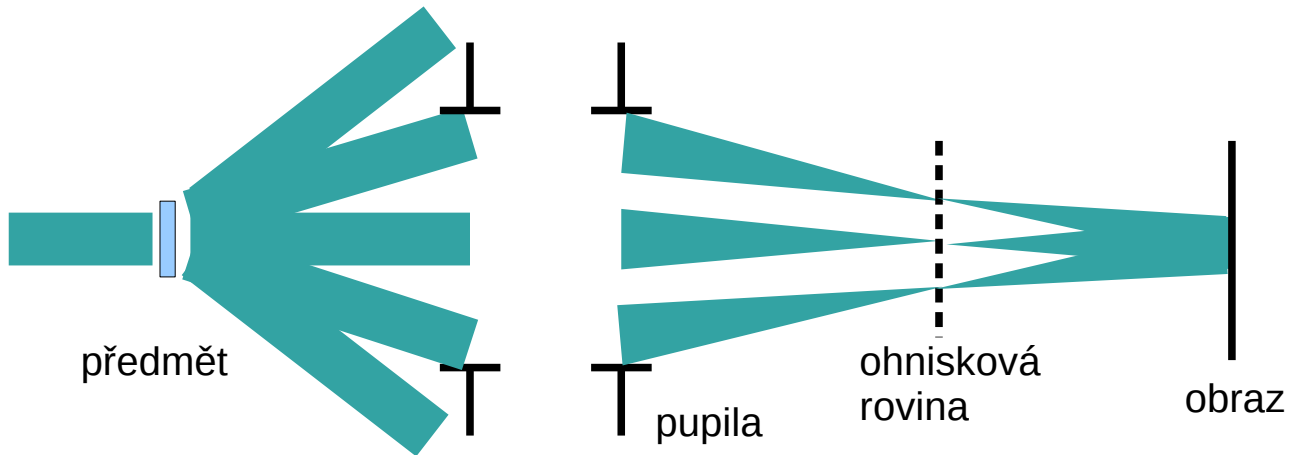
$$\Gamma(\xi, \xi') = I_o(\xi) \delta(\xi - \xi')$$

$$I_i(u) = \int |h(u-\xi)|^2 I_o(\xi) d\xi$$

shrnutí

- koherentní signál: systém lineární v amplitudě, amplitudová impulsní odezva h
- nekoherentní signál: systém lineární v intenzitě, intenzitní impulsní odezva (PSF) $|h|^2$

formování obrazu (Abbe)



zobrazovací systém filtruje prostorové spektrum předmětu

koherentní zobrazení

konvoluční teorém

$$G_i(f_x, f_y) = H(f_x, f_y) G_g(f_x, f_y)$$

spektrum obrazu

amplitudová přenosová funkce

spektrum geometrického obrazu

$$H(f_x, f_y) = \mathcal{F} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} P(\lambda z_p x, \lambda z_p y) \exp[-i 2 \pi (u x + v y)] dx dy \right\}$$

symetrická pupila

obrazová vzdálenost pupily

$$H(f_x, f_y) = P(\lambda z_p f_x, \lambda z_p f_y)$$

tj. ořezání frekvencí nad prahem, perfektní přenos pod prahem

příklad:

$$P(x, y) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{w}\right) \longrightarrow H(f_x, f_y) = \text{circ}\left(\frac{\lambda z_p \rho}{w}\right)$$

ořez frekvencí:

$$\rho_0 = \frac{w}{\lambda z_p}$$

$$\rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

frekvence vyšší než ρ_0 jsou zobrazovacím systémem odstraněny

nekoherentní zobrazení

$$I_i(u, v) = |h(u, v)|^2 * I_g(u, v)$$

optická přenosová funkce (OTF)

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\mathcal{F}\{|h(u, v)|^2\}}{\mathcal{F}_0\{|h(u, v)|^2\}} \quad (|\mathcal{H}| = \text{MTF})$$

obdobně zavedeme normalizovaná intenzitní spektra předmětu a obrazu

$$\mathcal{G}_i(f_x, f_y), \mathcal{G}_g(f_x, f_y)$$

přenos intenzitního spektra:

$$\mathcal{G}_i(f_x, f_y) = \mathcal{H}(f_x, f_y) \mathcal{G}_g(f_x, f_y)$$

vztah mezi amplitudovou přenosovou funkcí, pupilou a OTF

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(f_x, f_y) &= \frac{H(f_x, f_y) \star H(f_x, f_y)}{H(\mathbf{0}, \mathbf{0}) \star H(\mathbf{0}, \mathbf{0})} \\ &= \frac{P(\lambda z_p f_x, \lambda z_p f_y) \star P(\lambda z_p f_x, \lambda z_p f_y)}{P(\mathbf{0}, \mathbf{0}) \star P(\mathbf{0}, \mathbf{0})} \end{aligned}$$

OTF je normalizovaná autokorelace pupilové funkce

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} P\left(x + \frac{\lambda z_p f_x}{2}, y + \frac{\lambda z_p f_y}{2}\right) P^*\left(x - \frac{\lambda z_p f_x}{2}, y - \frac{\lambda z_p f_y}{2}\right) dx dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} |P(x, y)|^2 dx dy}$$

vlastnosti OTF

$$\mathcal{H}(\mathbf{0}, \mathbf{0}) = 1$$

$$\mathcal{H}(-f_x, -f_y) = \mathcal{H}^*(f_x, f_y)$$

$$|\mathcal{H}(f_x, f_y)| \leq |\mathcal{H}(\mathbf{0}, \mathbf{0})|$$

OTF difrakčně limitovaného systému

$$P(x, y) = \begin{cases} \mathbf{1} & \text{uvnitř pupily} \\ \mathbf{0} & \text{vně pupily + stínění} \end{cases}$$

tj. OTF bude normalizovaný překryv vzájemně posunutých kopií pupily

příklad: kruhová pupila

$$P(x, y) = \text{circ}(r/w)$$

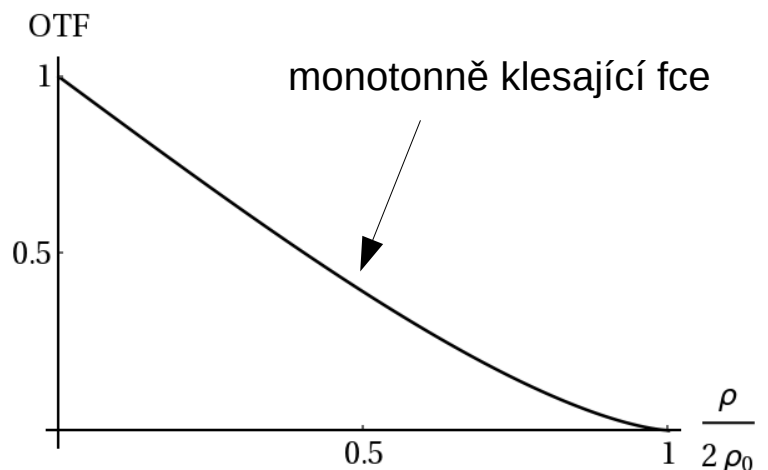
přenesené frekvence

$$\sqrt{(\lambda z_p f_x)^2 + (\lambda z_p f_y)^2} = \lambda z_p \rho < 2w$$

max přenesená frekvence

$$\rho_{\max} = 2w/(\lambda z_p) = 2\rho_0$$

ořez frekvencí pro koherentní zobrazení



vliv vlnových aberací na zobrazení

zobecněná pupilová fce: $P(x, y) = |P(x, y)| \exp[ik W(x, y)]$

apodizace

vlnová aberace – odchylka od ideální
sférické vlnoplochy ve výst. pupile

- aberace nemění ořez frekvencí
- aberace vždy zmenšují/zhoršují MTF

příklad: chyba zaostření (1D)

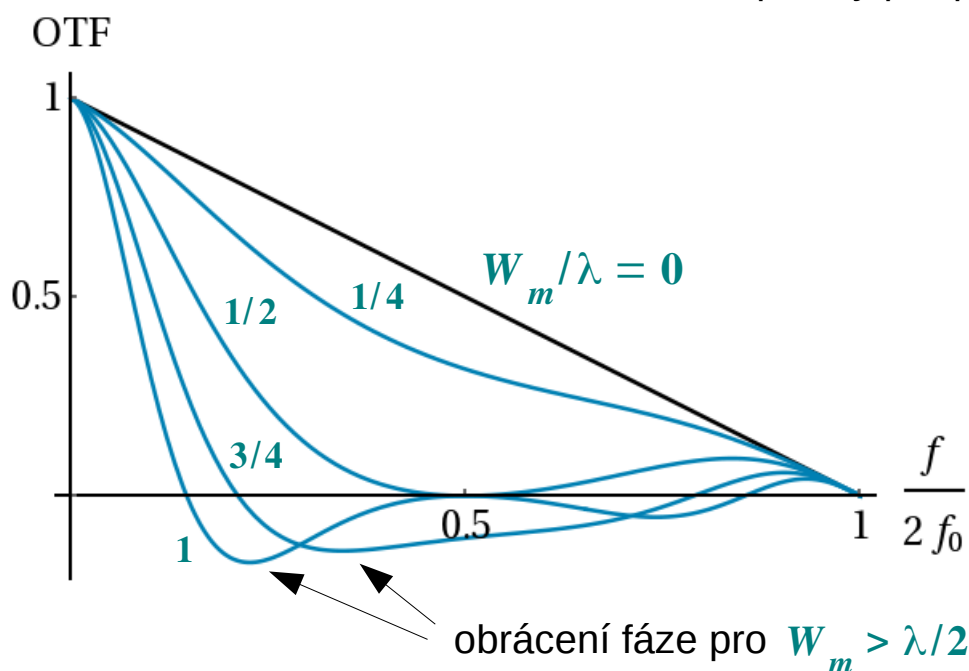
$$\phi(x) = -\frac{k}{2z_p} x^2, \quad \tilde{\phi}(x) = -\frac{k}{2z_d} x^2$$

obrazová rovina

rovina detektoru

$$W(x, y) = \frac{\phi(x) - \tilde{\phi}(x)}{k} = \frac{x^2}{w^2} W_m$$

max aberace vlnoplochy pro pupilu šířky $2w$

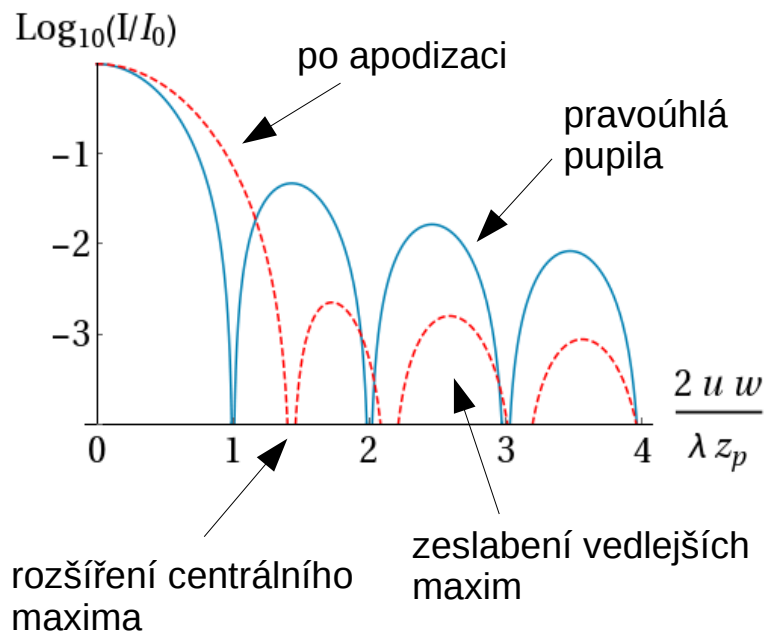
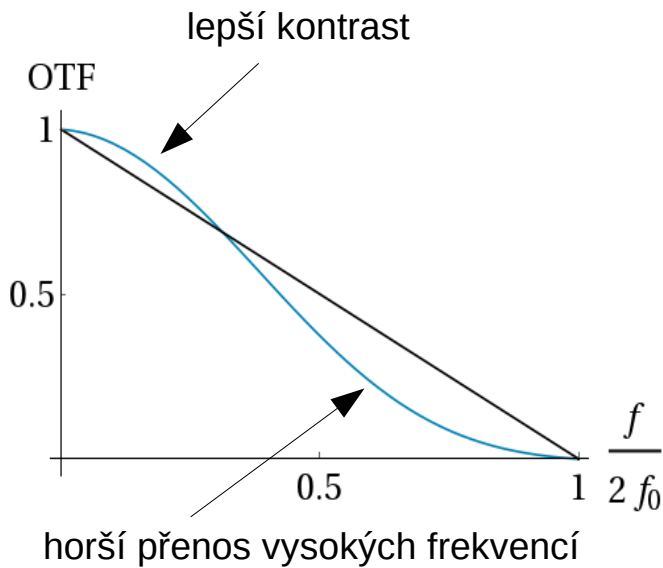
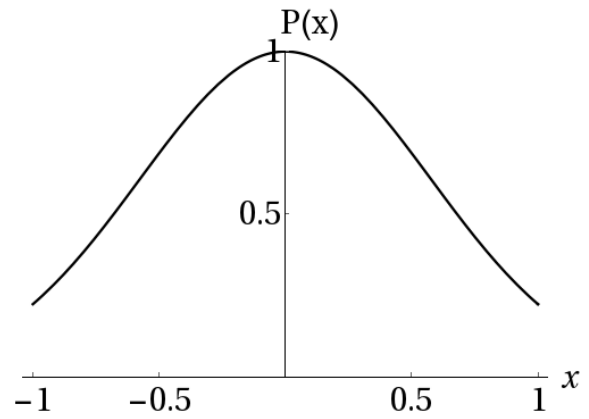


- v limitě silných aberací stačí uvažovat geometricko-optický popis

vliv apodizace na zobrazení

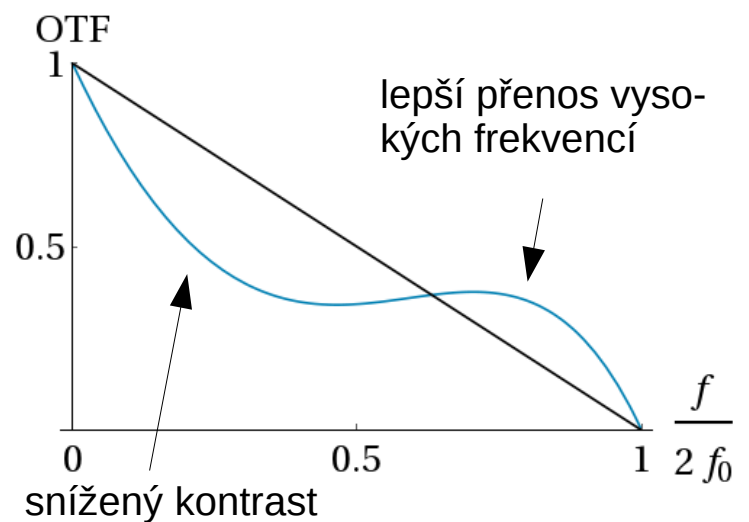
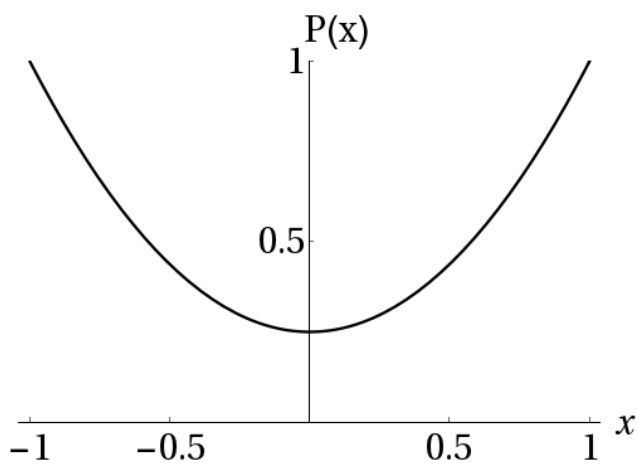
- gaussovská apodizace

$$P(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{2w}\right) \exp\left(-\frac{3}{2}x^2\right)$$



- inverzní apodizace

$$P(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{2w}\right) \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x^2\right)$$



koherentní vs nekoherentní zobrazení

- nekoherentní přenos má vyšší práh ale frekvence intenzity a amplitudy nelze přímo srovnávat

např. $U_g(\xi) = \cos(2\pi f \xi)$

$|f| < f_0$ perfektní koherentní přenos, snížený
nekoherentní přenos

$|f| > f_0$ žádný koherentní ani nekoherentní přenos

- zobrazení ostré hrany



v místě geometrického obrazu hrany: $I_{\text{koh}} = I_0/4$, $I_{\text{nekoh}} = I_0/2$

- rozlišení pro kruhovou pupilu (Rayleighovo kritérium)

