

OPT/OZI

L08

Aplikace II: Rekonstrukce obrazu

rekonstrukce obrazu

- odstranění konvoluce se známou odezvou
- aplikace např. odstranění známých aberací opt. systému

intenzita neznámého předmětu: $o(x)$

známá aberace (lineární invariantní filtr): $s(x)$

detekovaná intenzita: $i(x)$

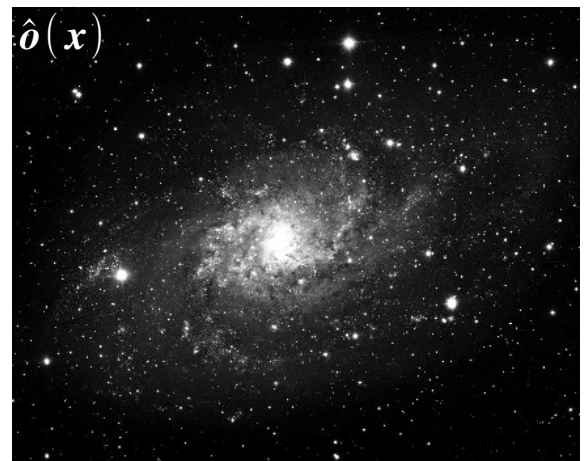
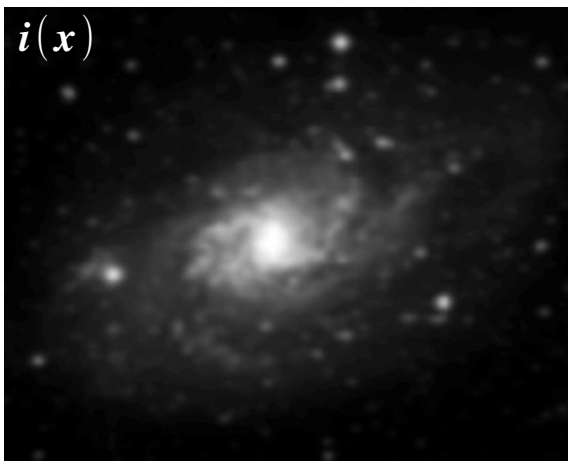
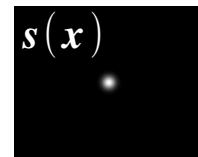
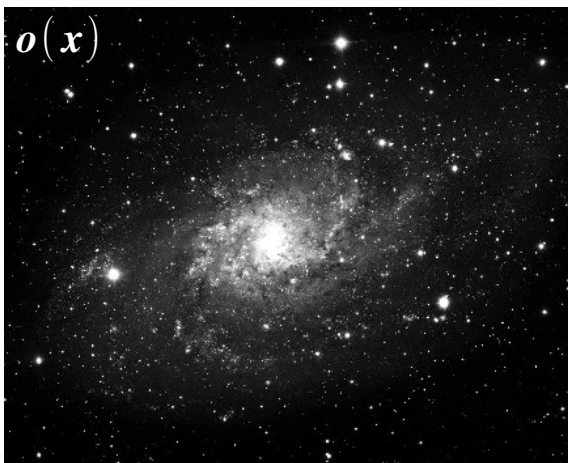
$$I(f_x) = \mathcal{F}\{i(x)\} = \mathcal{F}\{s(x) * o(x)\} = S(f_x) O(f_x)$$

inverzní filtr

$$H(f_x) = \frac{1}{S(f_x)}$$

rekonstrukce = lineární inverze detekovaného signálu:

$$\hat{O} = HI = S^{-1}I \quad \rightarrow \quad \hat{o}(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{\hat{O}(f_x, f_y)\}$$



Wienerův filtr

nevýhody inverzního filtru

- není definován pro nulové body přenosové fce $S(f_x)$
např. u rozostření
- filtr ignoruje přítomnost šumu, nejvíce jsou zesíleny frekvence s nejmenším poměrem signál/šum

model detekce se šumem

$$i(x) = s(x) * o(x) + n(x)$$

chyba rekonstrukce

$$\epsilon = \langle |O - \hat{O}|^2 \rangle$$

střední hodnota

detekční šum

minimalizace chyby vzhledem k $H(f_x)$

$$H(f_x) = \frac{S^*(f_x)}{|S(f_x)|^2 + \frac{\Phi_n(f_x)}{\Phi_o(f_x)}}$$

$$\Phi_n = \langle |N|^2 \rangle$$

spektrální hustoty

$$\Phi_o = \langle |O|^2 \rangle$$

$$\Phi_n / \Phi_o = \frac{1}{\text{SNR}(f_x)}$$

poměr signál/šum

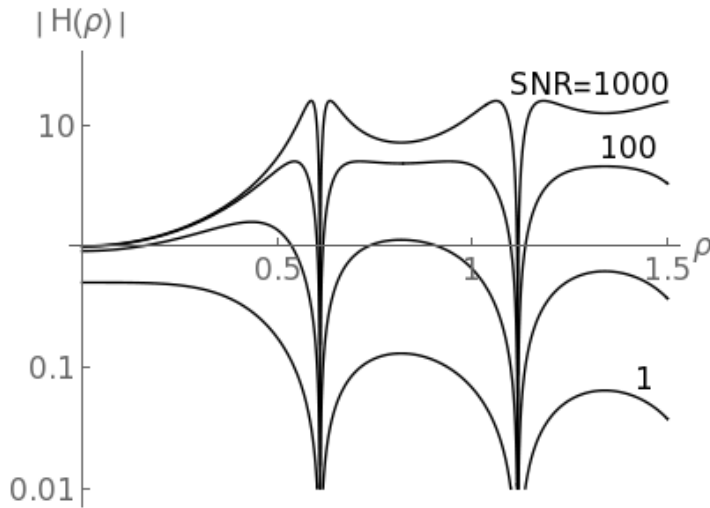
limitní případy

$$\Phi_n / \Phi_o \ll 1 \quad \rightarrow \quad H \approx \frac{1}{S} \quad (\text{inverzní filtr})$$

$$\Phi_n / \Phi_o \gg 1 \quad \rightarrow \quad H \approx \frac{\Phi_o}{\Phi_n} S^* \quad (\text{tlumený přizpůsobený filtr})$$

příklad: rozostření

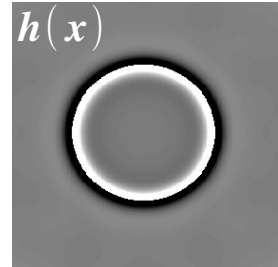
$$s(r) \propto \text{circ}(r), \quad \Phi_n, \Phi_o \propto 1$$



typická odezva filtru

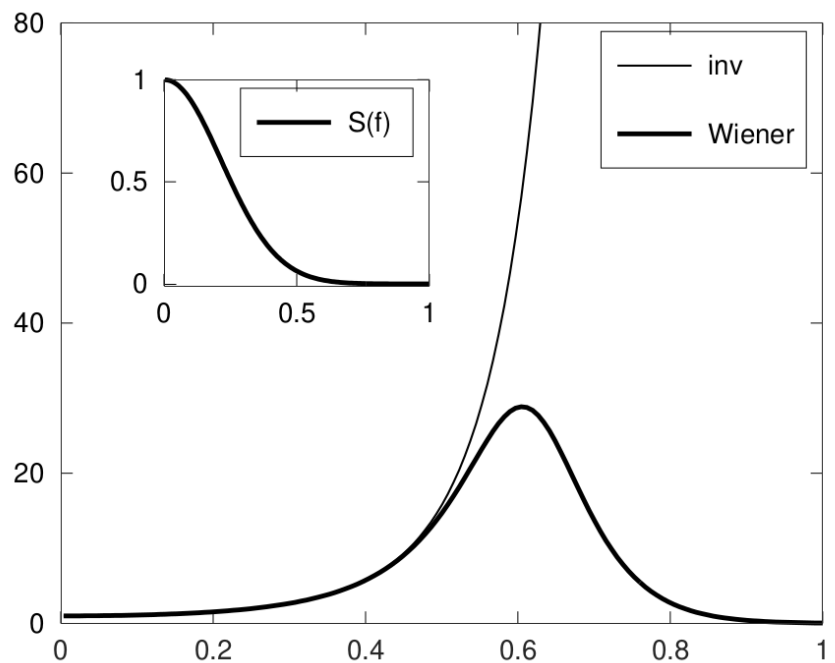
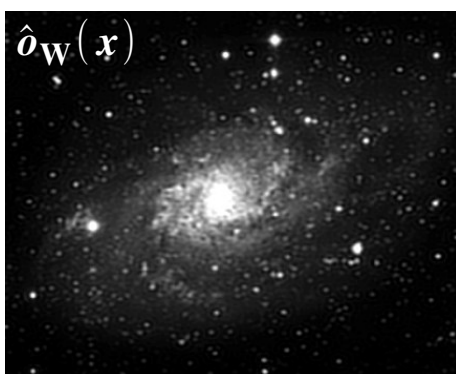
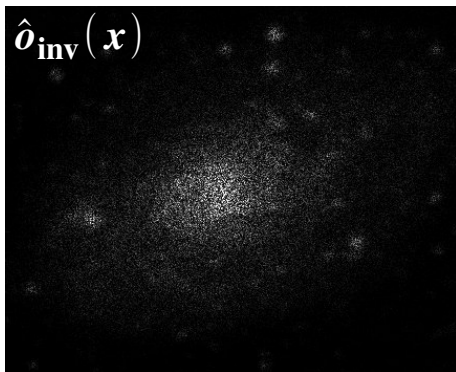
bílá - $h > 0$

černá - $h < 0$

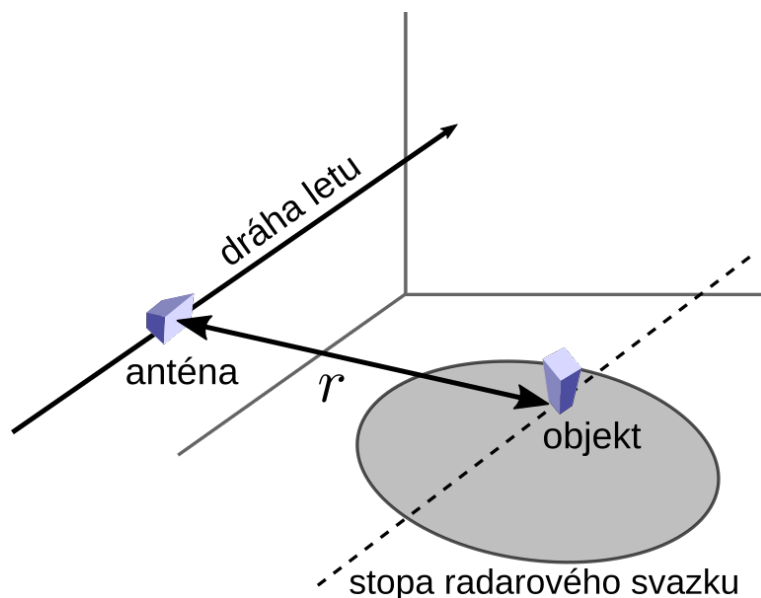


- velký SNR: vysoké frekvence jsou zesíleny, t.j. zaostření
- malý SNR: vysoké frekvence jsou potlačeny

srovnání Wienerova a inverzního filtru pro detekční šum 0.1%



(aktivní) syntéza apertury – SAR (radar se syntetizovanou aperturou)



mapování terénu v rádiové oblasti

- zpoždění signálu nese informaci o vzdálenosti (range) objektu r
- problém je špatné rozlišení v azimutu x

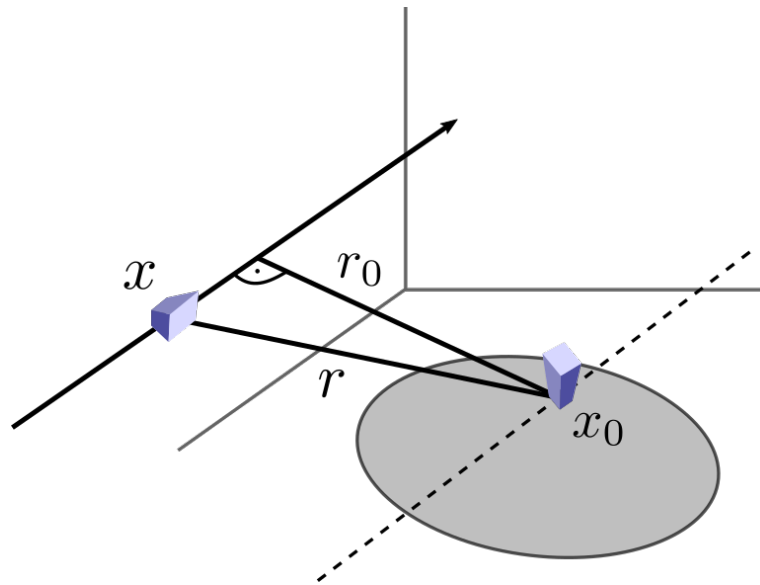
$$\delta x \approx r \frac{\lambda_r}{D}$$

- rozlišení snadno dosažitelné v optické oblasti vyžaduje v rádiové oblasti neprakticky velké antény

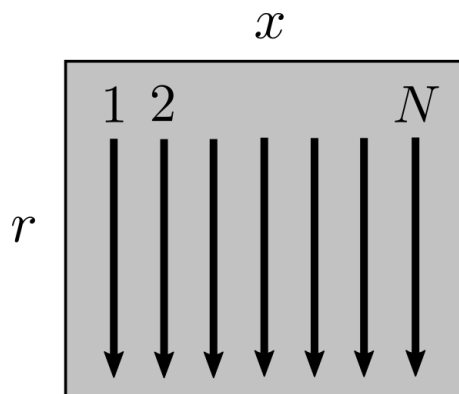
SAR

- radarové pulzy vysílané v pravidelných intervalech
- široký svazek
- detekce amplitudy a fáze odražených pulzů (přesný lok. oscilátor)
- syntéza mnohonásobně větší apertury $D_{\text{eff}} \approx 10^3 - 10^4 \text{ m}$
- rozlišení $\approx 0,2 \text{ m}/200 \text{ km}$ na frekvenci 3 GHz
- mapování letadly, satelity, např. snímkování Venuše
- zobr. pohybujících se cílů, např. v protivzdušné obraně – ISAR

schéma SAR



zápis dat



historie signálu jednoho objektu

fázový rozdíl mezi vyslaným a odraženým signálem

$$\phi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_r} 2r, \quad r = \sqrt{r_0^2 + (x - x_0)^2} \approx r_0 + \frac{(x - x_0)^2}{2r_0}$$

azimutální modulace

$$U(x) \propto \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda_r r_0} (x - x_0)^2\right]$$

syntetizované mimoosové
cylindrické apertury

velikost apertury = šířka stopy

ohnisková vzdálenost


$$D_{\text{eff}} \approx \frac{\lambda_r}{D} r_0$$

$$f_{\text{eff}} = r_0/2$$

zpracování SAR dat

- jedna z prvních aplikací optických procesorů
- komprese kvadratické azimutální fáze – chirp

autokorelace

$$e^{-i\pi\alpha x^2} \star e^{-i\pi\alpha x^2} \propto \delta(x)$$


SAR chirp

$$\left| e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_r r_0} x^2} \text{rect}(x/D_{\text{eff}}) \star e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_r r_0} x^2} \right|^2 \propto \text{sinc}\left(\frac{2D_{\text{eff}}}{\lambda_r r_0} x\right)^2$$

rozlišení v azimutu

$$\delta x_{\text{eff}} \approx \frac{\lambda_r r_0}{2D_{\text{eff}}} \approx D/2 \quad \text{polovina velikosti antény – rozlišení nezávisí na vzdálenosti objektu}$$

- komprese v azimutu je provedena přizpůsobeným filtrem
- tím je provedeno šíření do ohniskové roviny syntetizovaných apertur
- chirp závisí na vzdálenosti – pro každý řádek datové matice je použit jiný filtr

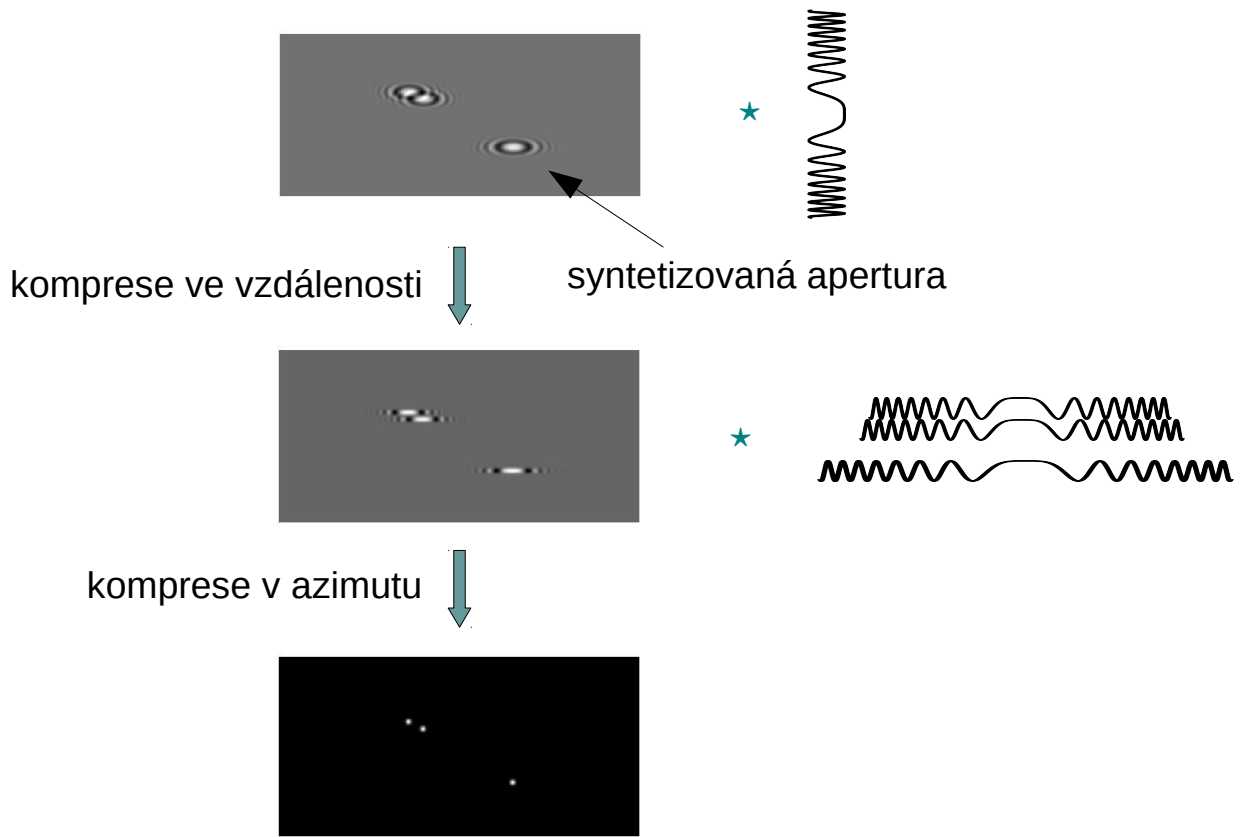
rozlišení ve vzdálenosti (range)

- přesnost určení zpoždění závisí na délce pulsu
- velmi krátké pulzy snižují výkon
- využití frekvenční modulace - chirp

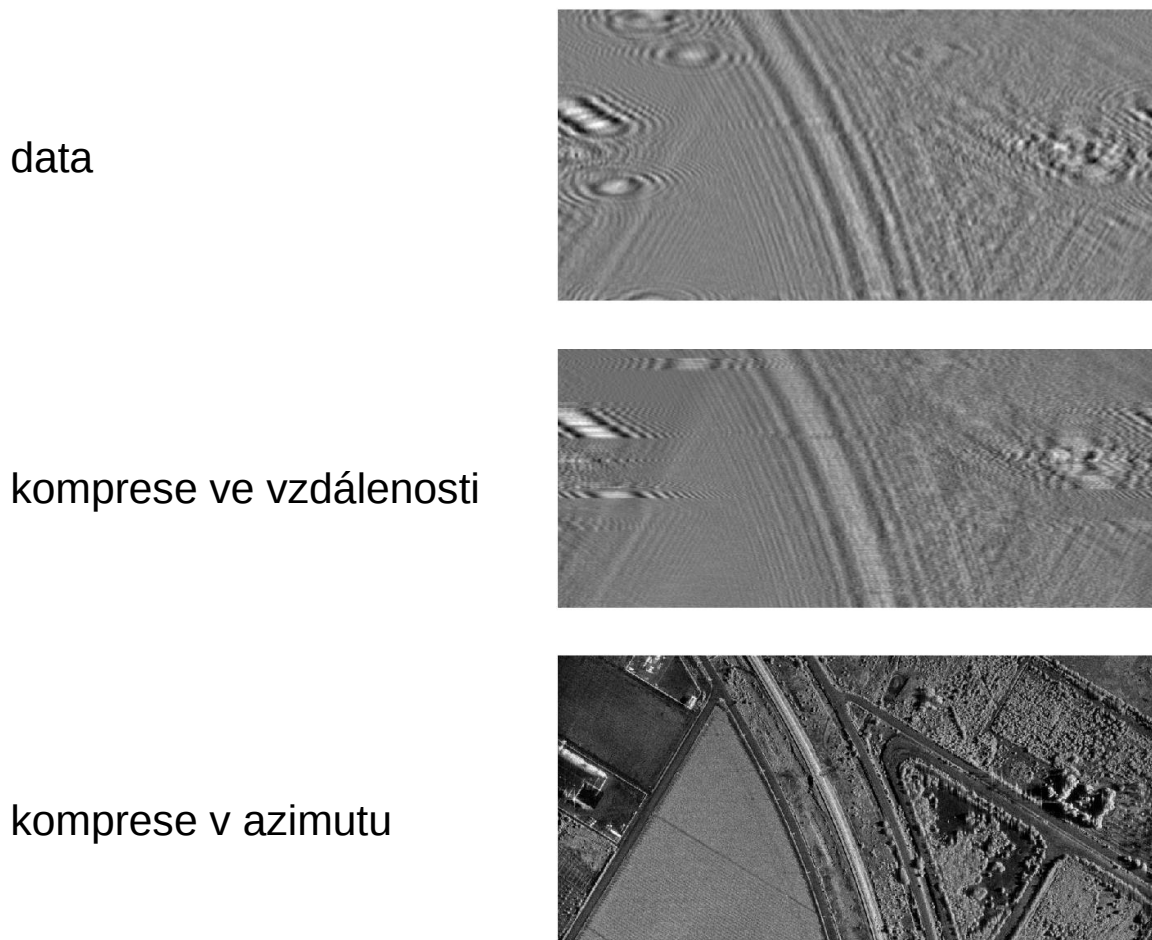
$$u(t) \propto e^{-i2\pi\nu_0 t - i\pi\beta t^2}$$

- komprese ve vzdálenosti provedena přizpůsobeným filtrem

příklad: izolované objekty



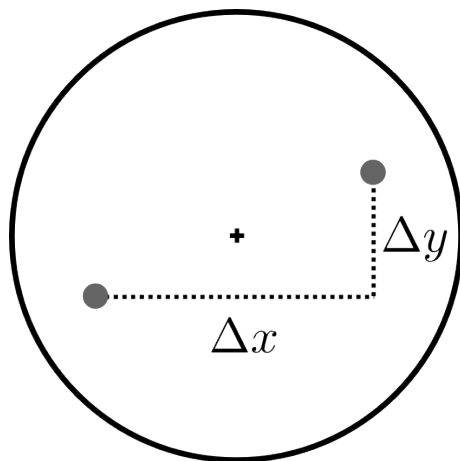
příklad: plošný objekt – simulované mapování terénu



(pasivní) syntéza apertury - radioastronomie

Jakou informaci o objektu přenesou dvě malé sub-apertury?

$$\Delta f_x = \frac{\Delta x}{\lambda f}, \quad \Delta f_y = \frac{\Delta y}{\lambda f}$$



OTF

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \delta(f_x, f_y) + \frac{1}{2}\delta(f_x - \Delta f_x, f_y - \Delta f_y) + \frac{1}{2}\delta(f_x + \Delta f_x, f_y + \Delta f_y)$$

normalizované intenzitní spektrum objektu

$$\mathcal{O}(f_x, f_y) = |\mathcal{O}(f_x, f_y)| e^{i\phi(f_x, f_y)}, \quad \mathcal{O}(-f_x, -f_y) = \mathcal{O}^*(f_x, f_y)$$

detekovaná intenzita

$$i(x, y) \propto 1 + |\mathcal{O}(\Delta f_x, \Delta f_y)| \cos[2\pi(\Delta f_x x + \Delta f_y y) + \phi(\Delta f_x, \Delta f_y)]$$

kontrast a fáze interferenčních proužků

opakování pro velký počet různých základů $(\Delta x, \Delta y)$

$$\mathcal{O}(f_x, f_y) \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} o(x, y) \quad \text{rozlišení jako u plné apertury}$$

- v rádiové oblasti nezávislé záznamy + lokální oscilátor
- v optické oblasti musíme nechat svazky interferovat opticky
- konečný počet základů vede k rekonstrukčním vadám – speciální algoritmy