

OPT/SFA

L02

Výpočty s využitím FT

konvoluce

$$s(x) = g(x) * h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) h(x - \xi) d\xi$$

- popisuje tzv. lineární prostorově invariantní systémy
- jedna z funkcí obvykle představuje vstupní signál a druhá charakterizuje systém (např. impulzní odezva)
- využití pro simulaci optických systémů, filtraci obrazu ...

ve spektru přejde konvoluce na násobení

$$S(f) = G(f)H(f)$$

takže

$$s(x) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{g(x)\}\mathcal{F}\{h(x)\}\}$$

příklad:

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases}$$

$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1 + x, & -1 < x < 0 \\ 1 - x, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

konvoluce dvou obdélníkových funkcí

$$g(x) = h(x) = \text{rect}(x) \rightarrow s(x) = \Lambda(x)$$

příklad: konvoluce obdélníkové vlny s Gauss. funkcí vyhladí hrany

křížová korelace

$$s(x) = g(x) \star h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) h(\xi - x)^* d\xi$$

- charakterizuje podobnost dvou signálů
- pro reálné funkce symetrické vůči počátku přejde v konvoluci
- pokud $g(x) = h(x)$, je $s(x)$ *autokorelace*
- výpočet podobně jako u konvoluce s komplexně sdruženým spektrem $h(x)$
- využití pro charakterizaci zobrazovacích systémů, detekci signálu

derivace funkce

$$\frac{d}{dx} g(x) = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{g(x + dx) - g(x)}{dx}$$

- některé senzory měří derivaci (S-H)
- numericky nestabilní, ztráta přesnosti
- selže pro vyšší derivace

derivace s pomocí FT

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{d^n}{dx^n} g(x) \right\} = (i2\pi f)^n \mathcal{F} \{ g(x) \}$$

příklad: derivace fce e^{-x^2} – difference vs FT