

Henri Poincaré a vznik speciální teorie relativity

O hybnosti elektronu:

Úvod, §§1, 9

Zpočátku se zdálo, že aberace světla a příbuzné optické a elektrické jevy nám poskytnou prostředky k vysvětlení absolutního pohybu Země nebo ještě lépe jejího pohybu vzhledem k éteru, který by odporoval jejímu pohybu v závislosti na ostatních nebeských tělesech. Fresnel následující tuto myšlenku, však brzy uznal, že pohyb Země nemění zákony lomu a odrazu světla. Podobné experimenty, jako ten s teleskopem naplněným vodou a jiné podobného ražení, přinesly jen negativní výsledky. Michaelson, který koncipoval experiment citlivý na podmínky, závislé na čtverci aberace, skončil také neúspěchem; vysvětlení však bylo brzy objeveno.

Zdá se, že tato nemožnost zaznamenat absolutní pohyb Země experimentálně může být jeden ze základních zákonů přírody; přirozeně se přikláníme k přijetí tohoto zákona, který nazýváme *Postulát relativity*, a to bezvýhradně. V každém případě je zajímavé sledovat důsledky tohoto postulátu, který až dodnes odpovídá experimentům a může být později potvrzen nebo naopak vyvrácen ještě přesnějšími experimenty.

Vysvětlení navrhli Lorentz a Fitzgerald, kteří předložili hypotézu smršťování všech těles, která se nacházejí ve směru pohybu Země, a které závisí na druhé mocnině aberace. Toto smršťování nazývané *Lorentzova kontrakce* vysvětluje Michaelsonův pokus i všechny jiné provedené až dodnes. Tato hypotéza by byla dostačující, nicméně museli bychom uznat postulát relativity zcela obecně.

Lorentz poté usiloval o rozšíření své hypotézy, aby dosáhl jednoznačného uznání svého postulátu a také ve svém počínání uspěl vydáním článku nazvaného *Elektromagnetický jev v soustavách pohybujících se rychlostí menší než světlo* (*Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*; *Proceedings of the Amsterdam Academy*, May 27, 1904).

Důležitost této otázky mně přesvědčila, abych se o ni začal zajímat: Výsledky, jež jsem obdržel, souhlasí s těmi Lorentzovými ve všech významných bodech. Pouze jsem je v pár detailech pozměnil a rozšířil; tyto rozdíly, jak dále uvidíme, mají ale jen druhotný význam.

Lorentzova myšlenka by mohla být shrnuta asi takto: pokud můžeme způsobit posunutí celého systému beze změny jakéhokoliv pozorovatelného jevu, je to proto, že rovnice elektromagnetického pole zůstávají neměnné pro určité transformace, jimž říkáme *Lorentzovy transformace*. Dva systémy, z nichž jeden je v klidu a druhý v pohybu, proto dostanou úplně stejný obraz toho druhého.

Langevin*)¹ modifikoval Lorentzovu myšlenku takto: pro oba autory má sice elektron tvar zploštělého elipsoidu ovšem Lorentz považuje za konstantu velikost dvou jeho os, kdežto pro Langevina představuje konstantu jeho objemu. Tito dva vědci také ukázali, že tyto dvě hypotézy jsou potvrzeny Kaufmannovými experimenty do stejné míry jako Abrahamova hypotéza (nep pružný-kulový elektron).

Výhodou Langevinovy teorie je, že vyžaduje pouze elektromagnetické síly a vazby; což je ovšem neslučitelné s postulátem relativity. Tuto věc Lorentz demonstroval a toto jsem postupně zjistil i já použitím různých metod, které korespondují s principy teorie grup.

Proto se musíme vrátit k Lorentzově teorii. Pokud to ale budeme chtít udělat a vyhnout se nepřipustným rozporům, musíme předpokládat speciální sílu, která vysvětlí obě kontrakce a zároveň neměnnou velikost dvou z os. Pokoušel jsem se tuto sílu určit a zjistil, že by měla být obsažena v konstantním vnějším tlaku na deformovatelný a stlačitelný elektron, jehož práce je úměrná změně objemu elektronu.

Pokud je setrvačnost hmoty výhradně elektromagnetického původu, jak všeobecně oředpokládal Kaufmannův experiment, a všechny síly jsou elektromagnetického původu (bez ohledu na konstantní tlak, který jsem zmiňoval), postulát relativity může být zaveden naprosto precizně. Toto ukazují velmi jednoduchým výpočtem založeným na principu nejmenší akce.

To ale není všechno. Ve výše citovaném článku Lorentz považuje za nezbytné rozšířit svou hypotézu takovým způsobem, že postulát zůstává platný i v případě, že existují síly neelektromagnetického původu. Shodně s Lorentzem, jsou všechny síly ovlivněny Lorentzovou transformací (tudíž i posunutí) stejným způsobem jako elektromagnetické síly.

Bylo důležité tyto hypotézy vyšetřit podrobně a zvlášť zjistit modifikace, které bychom museli aplikovat na zákony gravitace.

Nejdříve ze všeho zjišťujeme, že to po nás vyžaduje předpokládat, že gravitace se nešíří okamžitě, ale rychlostí světla. Zdá se, že to je dostatečný důvod tuto hypotézu zavrhnout, ale Laplace ukázal, že to nebude nutné. Ve skutečnosti je totiž tato propagace z velké části kompenzována, a to z toho důvodu, že mezi tímto zákonem a astronomickými pozorováními není žádný rozpor.

Je možné najít zákon uspokojující Lorentzovu podmínku a přitom omezující Newtonův zákon, přičemž rychlosti nebeských těles budou dost malé, abycho mohli zanedbat jejich druhé mocniny (jako následek zrychlení a vzdálenosti) vzhledem k druhé mocnině rychlosti světla?

Na tuto otázku musíme odpovědět kladně, jak uvidíme později.

¹ Langevin byl předběhnout německým fyzikem Buchererem z Bonnu, který rozvinul stejnou myšlenku dříve. (Bucherer, *Mathematische Einführung in die Elektronentheorie*, August, 1904, Teubner, Leipzig).

Je po této modifikaci tento zákon kompatibilní s astronomickými pozorováními?

Na první pohled se zdá že ano, ale tato otázka může být zodpovězena jen po důkladné diskuzi.

Dále předpokládejme, že diskuze potvrzuje novou hypotézu. Co z toho můžeme vyvodit? Jestliže dochází k šíření přitažlivosti rychlostí světla, potom to není náhodou. Přesněji řečeno musí to být z toho důvodu, že je funkcí éteru, a potom bychom měli zkusit pochopit povahu této funkce a dát ji do vztahu s ostatními funkcemi.

Nemůžeme se spokojit s jednoduchým srovnáním rovnic, které se jen náhodou shodují; tyto rovnice musejí tak říkajíc úplně splynout.

Na tuto otázku ale můžeme pohlížet také z jiné perspektivy, lépe patrné z následující analogie. Představme si předkoperníkovského astronoma, který uvažuje o ptolemájovském systému; pozoruje, že pro všechny planety, je jeden ze dvou kruhů - epicykl nebo deferent – zároveň překřížený. Tento fakt nemůžeme považovat za náhodu, a následkem toho je mezi všemi planetami tajemné spojení, které můžeme pouze odhadovat.

Koperník však boří toto zjevné spojení jednoduchou změnou souřadnicových os, které byly považovány za stálé. Každá planeta teď opisuje jeden kruh a doby oběhu se stávají nezávislými (než Kepler znovu zavedl toto propojení, věřilo se, že už bylo zničeno).

Je možné, že k podobné analogii dochází i zde. Pokud bychom uznali postulát relativity, našli bychom stejné číslo v zákonu gravitace a zákonech elektromagnetismu – rychlost světla – a našli bychom ho znovu ve všech ostatních silách jakéhokoliv původu. Tento stav věci může být vysvětlen jedním ze dvou způsobů: buď je všechno ve vesmíru elektromagnetického původu anebo je tento aspect – stejně jako všechny fyzikální fenomény – pouhým doprovodným jevem, důsledkem metod našeho měření. Ale jak obejít měření? První odpověď bude: přesuneme objekty, které považujeme za konstantně pevné, jeden za druhý. To už ale nabude v souladu s naší teorií, připouštějící Lorentzovu kontrakci. Podle této teorie jsou z definice dvě délky shodné, pokud je světlo překoná za stejný čas.

I kdybychom se snad vzdali této definice, Lorentzova teorie by byla úplně vyvrácena, stejně jako Ptolemayův systém Koperníkovou zásluhou. Pokud by se tak jednoho dne stalo, rozhodně by to nebyl důkaz toho, že Lorentzova snaha byla zbytečná, protože bez ohledu na to co by si někdo mohl myslet, Ptolemayos byl Koperníkovi užitečný.

Já jsem také neváhal publikovat těchto pár dílčích výsledků, přestože v této době se zdá, že výzkum magneto-katodových paprsků ohrožuje celou teorii.

§ 1. – Lorentzova transformace

Lorentz přijal určitý systém jednotek tak, aby v rovnicích odstranil 4π faktory. Já jsem udělal to samé a navíc jsem vybral jednotky délky a času stejným způsobem jako u rovnic pro rychlost světla (1). Za těchto podmínek a označením dielektrického posunutí f, g, h , magnetické intenzity α, β, γ , vektorového potenciálu F, G, H , skalárního potenciálu ψ , hustoty elektrického náboje ρ , rychlosti elektronu ξ, η, ζ , a směru u, v, w , mají základní rovnice tvar:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{df}{dt} + \rho\xi = \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}, & \alpha &= \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz}, & f &= -\frac{dF}{dt} - \frac{d\psi}{dx}, \\ \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{dg}{dz} - \frac{dh}{dy}, & \frac{d\rho}{dt} + \sum \frac{d\rho\xi}{dx} &= 0, & \sum \frac{df}{dx} &= \rho, & \frac{d\psi}{dt} + \sum \frac{dF}{dx} &= 0, \\ \square &= \Delta - \frac{d^2}{dt^2} = \sum \frac{d^2}{dx^2} - \frac{d^2}{dt^2}, & \square\psi &= -\rho, & \square F &= -\rho\xi. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Element objemu $dx dy dz$ souvisí s mechanickou silou, složky podle kterých se derivuje z rovnice:

$$X = \rho f + \rho(\eta\gamma - \zeta\beta). \quad (2)$$

Na tyto rovnice je možné použít pozoruhodnou transformaci objevenou Lorentzem, jímž ve skutečnosti vděčíme za to, že vysvětlují proč nás žádný experiment nemůže informovat o absolutním pohybu vesmíru. Položme nyní:

$$x' = kl(x + \varepsilon t), \quad t' = kl(t + \varepsilon x), \quad y' = \ell y, \quad z' = \ell z, \quad (3)$$

kde ℓ a ε jsou libovolné konstanty takové, že

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}.$$

Tedy pokud položíme:

$$\square' = \sum \frac{d^2}{dx'^2} - \frac{d^2}{dt'^2},$$

dostaneme:

$$\square' = \square \ell^{-2}.$$

Mějme kouli nesoucí elektron, která je v rovnoměrném pohybu a nechť rovnice této pohybující se koule má tvar:

$$(x - \xi t)^2 + (y - \eta t)^2 + (z - \zeta t)^2 = r^2,$$

objem koule je $4/3\pi r^3$.

Transformace změny koule na elipsoid, jehož rovnici snadno najdeme jednoduchým odvozením ze (3):

$$x = \frac{k}{\ell}(x' - \varepsilon t'), \quad t = \frac{k}{\ell}(t' - \varepsilon x'), \quad y = \frac{y'}{\ell}, \quad z = \frac{z'}{\ell}. \quad (3')$$

Rovnice elipsoidu potom nabude tvaru:

$$k^2(x' - \varepsilon t' - \xi t' + \varepsilon \xi x')^2 + (y' - \eta k t' + \eta k \varepsilon x')^2 + (z' - \zeta k t' + \zeta k \varepsilon x')^2 = \ell^2 r^2.$$

Tento elipsoid je v rovnoměrném pohybu; pro $t' = 0$ se rovnice zjednoduší na tvar:

$$k^2 x'^2 (1 + \xi \varepsilon)^2 + (y' + \eta k \varepsilon x')^2 + (z' + \zeta k \varepsilon x')^2 = \ell^2 r^2,$$

a bude mít objem:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\ell^3}{k(1 + \xi \varepsilon)}.$$

Pokud chceme, aby byl náboj elektronu zachován a zavedeme novou hustotu náboje ρ' , dostaneme:

$$\rho' = \frac{k}{\ell^3} (\rho + \varepsilon \rho \xi). \quad (4)$$

Nové složky rychlosti ξ' , η' , a ζ' teď budou vypadat:

$$\xi' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{d(x + \varepsilon t)}{d(t + \varepsilon x)} = \frac{\xi + \varepsilon}{1 + \varepsilon \xi},$$

$$\eta' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{k d(t + \varepsilon x)} = \frac{\eta}{k(1 + \varepsilon \xi)}, \quad \zeta' = \frac{\zeta}{k(1 + \varepsilon \xi)},$$

z čehož plyne:

$$\rho' \xi' = \frac{k}{\ell^3} (\rho \xi + \varepsilon \rho), \quad \rho' \eta' = \frac{1}{\ell^3} \rho \eta, \quad \rho' \zeta' = \frac{1}{\ell^3} \rho \zeta. \quad (4')$$

Zde musím poprvé poukázat na odlišnost oproti Lorentzovi. Vmých poznámkách Lorentz píše:

$$\rho' = \frac{1}{k \ell^3} \rho, \quad \xi' = k^2 (\xi + \varepsilon), \quad \eta' = k \eta, \quad \zeta' = k \zeta.$$

Tímto způsobem jsme znovu dostali rovnosti:

$$\rho' \xi' = \frac{k}{\ell^3} (\rho \xi + \varepsilon \rho), \quad \rho' \eta' = \frac{1}{\ell^3} \rho \eta, \quad \rho' \zeta' = \frac{1}{\ell^3} \rho \zeta;$$

ačkoliv hodnota ρ' se liší.

Je důležité si povšimnout, že rovnice (4) a (4') splňují podmínku kontinuity

$$\frac{d\rho'}{dt'} + \sum \frac{d\rho' \xi'}{dx'} = 0.$$

Abychom to viděli, nechť λ je neurčitý koeficient a D Jakobián soustavy:

$$t + \lambda \rho, \quad x + \lambda \rho \xi, \quad y + \lambda \rho \eta, \quad z + \lambda \rho \zeta \quad (5)$$

vzhledem k t , x , y a z . Z toho vyplývá, že:

$$D = D_0 + D_1 \lambda + D_2 \lambda^2 + D_3 \lambda^3 + D_4 \lambda^4,$$

kde $D_0 = 1$, $D_1 = \frac{d\rho}{dt} + \sum \frac{d\rho \xi}{dx}$

Položme $\lambda' = \ell^4 \rho'$; potom funkce

$$t' + \lambda' \rho', \quad x' + \lambda' \rho' \xi', \quad y' + \lambda' \rho' \eta', \quad z' + \lambda' \rho' \zeta' \quad (5')$$

jsou k funkcím (5) ve stejném lineárním vztahu jako staré proměnné k novým. Tudíž pokud označíme D' jako Jakobián funkcí (5') vzhledem k novým proměnným, dostaneme:

$$D' = D, \quad D' = D'_0 + D'_1 \lambda' + \dots + D'_4 \lambda'^4,$$

a proto:

$$D'_0 = D_0 = 1, \quad D'_1 = \ell^{-4} D_1 = 0 = \frac{d\rho'}{dt'} + \sum \frac{d\rho' \xi'}{dx'}.$$

Podle Lorentzovy hypotézy se s touto podmínkou nesetkáme, když ρ' bude mít jinou hodnotu.

Definujeme nový vektorový a skalární potenciál tak, aby splňovaly podmínku

$$\square' \psi' = -\rho', \quad \square' F' = -\rho' \xi'. \quad (6)$$

Z toho odvodíme:

$$\psi' = \frac{k}{\ell} (\psi + \varepsilon F), \quad F' = \frac{k}{\ell} (F + \varepsilon \psi), \quad G' = \frac{1}{\ell} G, \quad H' = \frac{1}{\ell} H. \quad (7)$$

Tyto rovnice se od Lorentzových znatelně liší.

Nová elektrická a magnetická pole jsou nyní zvolena tak, aby vyhovovala rovnicím

$$f' = -\frac{dF'}{dt'} - \frac{d\psi'}{dx'}, \quad \alpha' = \frac{dH'}{dy'} - \frac{dG'}{dz'}. \quad (8)$$

Je snadno patrné, že:

$$\frac{d}{dt'} = \frac{k}{\ell} \left(\frac{d}{dt} - \varepsilon \frac{d}{dx} \right), \quad \frac{d}{dx'} = \frac{k}{\ell} \left(\frac{d}{dx} - \varepsilon \frac{d}{dt} \right), \quad \frac{d}{dy'} = \frac{1}{\ell} \frac{d}{dy}, \quad \frac{d}{dz'} = \frac{1}{\ell} \frac{d}{dz}$$

a následně odvodíme:

$$\left. \begin{aligned} f' &= \frac{1}{\ell^2} f, & g' &= \frac{k}{\ell^2} (g + \varepsilon \gamma), & h' &= \frac{k}{\ell^2} (h - \varepsilon \beta), \\ \alpha' &= \frac{1}{\ell^2} \alpha, & \beta' &= \frac{k}{\ell^2} (\beta - \varepsilon h), & \gamma' &= \frac{k}{\ell^2} (\gamma + \varepsilon g). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Tyto rovnosti jsou stejné jako Lorentzovy.

Naše transformace nijak nemění rovnice (1). Ve skutečnosti, podmínka kontinuity, tak jako (6) a (8) jsou uvedeny už v (1).

Kombinací rovnice (6) s podmínkou kontinuity získáváme:

$$\frac{d\psi'}{dt'} + \sum \frac{dF'}{dx'} = 0. \quad (10)$$

Zbývá nám ještě zavést:

$$\frac{df'}{dt'} + \rho' \xi' = \frac{d\gamma'}{dv'} - \frac{d\beta'}{dz'}, \quad \frac{d\alpha'}{dt'} = \frac{dg'}{dz'} - \frac{dh'}{dv'}, \quad \sum \frac{df'}{dx'} = \rho'$$

a snadno vidíme, že toto jsou nutné následky rovnic (6), (8) a (10).

Nyní musíme porovnat síly před a po transformaci. Necht' X, Y, Z jsou síly před a X', Y', Z' síly po transformaci, a obě síly jsou vztaženy na jednotku objemu. Aby X' splňovala stejné rovnice jako před transformací, musí být ve tvaru:

$$\begin{aligned} X' &= \rho' f' + \rho' (\eta' \gamma' - \zeta' \beta'), \\ Y' &= \rho' g' + \rho' (\xi' \alpha' - \xi' \gamma'), \\ Z' &= \rho' h' + \rho' (\xi' \beta' - \eta' \alpha'), \end{aligned}$$

nebo pokud nahradíme veličiny jejich hodnotami (4), (4') a (9), a s přihlédnutím k (2):

$$\left. \begin{aligned} X' &= \frac{k}{\ell^5} (X + \varepsilon \sum X \xi), \\ Y' &= \frac{1}{\ell^5} Y, \\ Z' &= \frac{1}{\ell^5} Z. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Namísto reprezentace složek síly jednotkami objemu X_1, Y_1, Z_1 , teď tyto členy reprezentujeme pomocí síly na elektrický náboj, a ponecháme X'_1, Y'_1, Z'_1 , reprezentovat sílu po transformaci. Takže:

$$X_1 = f + \eta \gamma - \zeta \beta, \quad X'_1 = f' + \eta' \gamma' - \zeta' \beta', \quad X = \rho X_1, \quad X' = \rho X'_1,$$

a obdržíme rovnice:

$$\left. \begin{aligned} X'_1 &= \frac{k}{\ell^5} \frac{\rho}{\rho'} (X_1 + \varepsilon \sum X_1 \xi), \\ Y'_1 &= \frac{1}{\ell^5} \frac{\rho}{\rho'} Y_1, \\ Z'_1 &= \frac{1}{\ell^5} \frac{\rho}{\rho'} Z_1. \end{aligned} \right\} \quad (11')$$

Lorentzovy rovnice mají ale tvar:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \ell^2 X'_1 - \ell^2 \varepsilon (\eta' g' + \zeta' h'), \\ Y_1 &= \frac{\ell^2}{k} Y'_1 + \frac{\ell^2 \varepsilon}{k} \xi' g', \\ Z_1 &= \frac{\ell^2}{k} Z'_1 + \frac{\ell^2 \varepsilon}{k} \xi' h'. \end{aligned} \right\} \quad (11'')$$

Než půjdeme dále, je nutné najít příčinu této podstatné nesrovnalosti. Ta zřejmě pramení ze skutečnosti, že rovnice pro ξ', η' a ζ' , nejsou shodné, zatímco rovnice pro elektrické a magnetické pole stejné jsou.

Pokud je setrvačnost elektronu výhradně elektromagnetického původu a pokud jsou elektrony závislé pouze na silách elektromagnetického původu, potom podmínky rovnováhy vyžadují, aby:

$$X = Y = Z = 0$$

uvnitř elektronu.

Podle rov. (11) je tento vztah ekvivalentní s

$$X' = Y' = Z' = 0.$$

Podmínky rovnováhy elektronu jsou tudíž transformací nezměněny.

Takto prostá hypotéza je bohužel nepřipustná. Ve skutečnosti, když předpokládáme, že $\xi = \eta = \zeta = 0$, podmínka $X = Y = Z = 0$ vede nutně k $f = g = h = 0$ a následně $\sum \frac{df}{dx} = 0$ tzn.

$\rho = 0$. Podobné výsledky dostáváme pro nejvšeobecnější případ. Musíme tedy připustit, že spolu s elektromagnetickými silami se v našem případě vyskytují i síly nebo vazby neelektrické. Musíme tedy určit podmínky, které tyto síly nebo vazby musí splňovat, aby touto transformací nebyla narušena stabilita elektronu. To bude cílem následující kapitoly.

§ 9. – Hypotézy o gravitaci

Tímto způsobem Lorentzova teorie plně vysvětluje nemožnost zaznamenat absolutní pohyb, pokud budou všechny síly elektromagnetického původu.

Ale existují jiné síly, kterým nemůže být připisován elektromagnetický původ, jako například gravitace. Může se opravdu stát, že dva systémy těles vytvářejí stejná elektromagnetická pole, tzn. působí stejným vlivem na elektricky nabitá tělesa a proudy a zároveň tyto dva systémy nepůsobí gravitačně Newtonovskou hmotu. Gravitační pole je tudíž odlišné od elektromagnetického. Lorentz byl tedy nucen rozšířit svou hypotézu o předpoklad, že *síly jakéhokoliv původu, a zejména gravitace, jsou ovlivněny posunutím (nebo pokud někdo chce Lorentzovou transformací) stejným způsobem jako elektromagnetické síly.*

Ted' je vhodné proniknout do detailů této hypotézy a prověřit ji blíže. Jestliže chceme, aby Newtonovská síla byla ovlivněna Lorentzovou transformací, nemůžeme nadále předpokládat, že závisí jen na relativní poloze přitahujících se těles. Tato síla by také měla záviset na rychlostech obou těles. A to není všechno: je přirozené předpokládat, že síla působící na přitahované těleso v určitém okamžiku t závisí na poloze a rychlosti tohoto tělesa v tom samém okamžiku t , ale závisí také na poloze a rychlosti „*přitahujícího*“ tělesa, a to ne ve stejném okamžiku t , ale v *dřívějším okamžiku*, jako by gravitace potřebovala jistý čas k šíření.

Nyní uvažujme o poloze přitahovaného tělesa v čase t_0 , které je v bodě x_0, y_0, z_0 , a jeho rychlost má v tomto čase složky ξ, η, ζ . Uvažujme také přitahující těleso v příslušném čase $t_0 + t$, v bodě $x_0 + x, y_0 + y, z_0 + z$ a se složkami rychlosti ξ_1, η_1, ζ_1 .

Měli bychom začít vztahem

$$\varphi(t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) = 0 \quad (1)$$

abychom definovali čas t . Tento vztah bude definovat zákon šíření gravitačního působení (rychlost šíření bude stejná ve všech směrech).

Necht' X_1, Y_1, Z_1 , jsou tři složky síly působící na přitahované těleso v čase t_0 ; chceme vyjádřit X_1, Y_1, Z_1 , jako funkce

$$t, x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \xi_1, \eta_1, \zeta_1. \quad (2)$$

Jaké podmínky musí být splněny?

1° Podmínka (1) nesmí být změněna transformací Lorentzovy grupy.

2° Složky X_1, Y_1, Z_1 , musí být ovlivněny transformacemi Lorentzovy grupy stejným způsobem jako elektromagnetické síly určené stejnými písmeny, tzn. v souladu s rovnostmi (11') v sekci 1.

3° Když jsou dvě tělesa v klidu, bude platit běžný zákon přitažlivosti. Je důležité si všimnout, že v tomto případě vztah (1) vymizí, protože pokud jsou dvě tělesa v klidu, čas t nehraje žádnou roli.

V tomto tvaru je úloha zřejmě neurčitá. Proto budeme usilovat o splnění okrajových, doplňujících podmínek.

4° Dokud nebudou astronomická pozorování vykazovat zřetelné odchylky od Newtonova zákona, vybereme si řešení, které se nejméně liší od tohoto zákona pro malé rychlosti dvou těles.

5° Budeme se snažit uspořádat události takovým způsobem, aby t bylo záporné. Můžeme si sice představit, že pro účinek gravitace je zapotřebí určitý čas jejího šíření, ale bylo by složité usuzovat jak by tento efekt závisel na poloze ještě nedosaženého přitahovaného tělesa.

Existuje ovšem jeden případ, kde neurčitost tohoto problému odpadá; ten nastane, když jsou obě tělesa ve vzájemném *relativním* klidu, tzn. když

$$\xi = \xi_1, \quad \eta = \eta_1, \quad \zeta = \zeta_1;$$

to je ten, který jsme zkoumali jako první, za předpokladu, že tyto rychlosti jsou konstantní, takže tyto dvě tělesa se pohybují rovnoměrným přímočarým pohybem.

Můžeme předpokládat, že posunutí je rovnoběžné s osou x , takže $\eta = \zeta = 0$, a položíme $\varepsilon = -\xi$.

Pokud použijeme Lorentzovu transformaci podle těchto podmínek, budou naše dvě tělesa po transformaci v klidu a z toho vyplývá, že

$$\xi' = \eta' = \zeta' = 0.$$

Složky X_1, Y_1, Z_1 , potom budou souhlasit s Newtonovým zákonem a my, až na konstantu, dostaneme:

$$X'_1 = -\frac{x}{r'^3}, \quad Y'_1 = -\frac{y}{r'^3}, \quad Z'_1 = -\frac{z}{r'^3}, \quad r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2. \quad (3)$$

Ale podle části 1 dostáváme:

$$\begin{aligned} x' &= k(x + \varepsilon t), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = k(t + \varepsilon x), \\ \frac{\rho'}{\rho} &= k(1 + \xi \varepsilon) = k(1 - \varepsilon^2) = \frac{1}{k}, \quad \sum X_1 \xi = -X_1 \varepsilon, \\ X'_1 &= k \frac{\rho}{\rho'} (X_1 + \varepsilon \sum X_1 \xi) = k^2 X_1 (1 - \varepsilon^2) = X_1, \\ Y'_1 &= k \frac{\rho}{\rho'} Y_1 = k Y_1 \\ Z'_1 &= k Z_1. \end{aligned}$$

K tomu máme:

$$x + \varepsilon t = x - \xi t, \quad r'^2 = k^2 (x - \xi t)^2 + y^2 + z^2$$

a

$$X_1 = \frac{-k(x - \xi t)}{r'^3}, \quad Y_1 = \frac{-y}{kr'^3}, \quad Z_1 = \frac{-z}{kr'^3}; \quad (4)$$

což můžeme napsat jako:

$$X_1 = \frac{dV}{dx}, \quad Y_1 = \frac{dV}{dy}, \quad Z_1 = \frac{dV}{dz}; \quad V = \frac{1}{kr'}. \quad (4')$$

Zprvu se zdá, že neurčitost nám zůstane, dokud nevytvoříme hypotézu závislou na čase, tzn. rychlosti přenosu; a to tak, že x bude funkcí času. Ale zjevně členy objevující se v našich vzorcích, jako $x - \xi t$, y , z , nezávisí na t .

Vidíme, že pokud se dvě tělesa pohybují společně, tak síla působící na přitahované těleso je kolmá na elipsoid, uvnitř kterého leží přitahující těleso.

Abychom pokročili dále, musíme vyšetřit *invarianty Lorentzovy grupy*.

Víme, že substituce této grupy (předpokládáme, že $l = 1$) jsou lineární a nemění kvadratickou formu

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2.$$

Když vyjádříme složky rychlosti jako

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\delta x}{\delta t}, & \eta &= \frac{\delta y}{\delta t}, & \zeta &= \frac{\delta z}{\delta t}, \\ \xi_1 &= \frac{\delta_1 x}{\delta_1 t}, & \eta_1 &= \frac{\delta_1 y}{\delta_1 t}, & \zeta_1 &= \frac{\delta_1 z}{\delta_1 t}; \end{aligned}$$

vidíme, že Lorentzova transformace (LT) provádí s δx , δy , δz , δt a $\delta_1 x$, $\delta_1 y$, $\delta_1 z$, $\delta_1 t$, stejnou lineární substituci jako s x , y , z , t .

Pohlížíme na

$$\begin{array}{cccc} x, & y, & z, & t\sqrt{-1}, \\ \delta x, & \delta y, & \delta z, & \delta t\sqrt{-1}, \\ \delta_1 x, & \delta_1 y, & \delta_1 z, & \delta_1 t\sqrt{-1}, \end{array}$$

jako na souřadnice tří bodů P , P' , P'' , ve čtyřrozměrném prostoru. Vidíme, že LT je pouze rotací tohoto prostoru kolem pevného počátku. V důsledku toho nemáme žádné jednoznačné invarianty kromě šesti vzdáleností mezi třemi různými body P , P' , P'' a počátku, nebo pokud chceme, kromě dvou výrazů

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2, \quad x\delta x + y\delta y + z\delta z - t\delta t,$$

nebo čtyři výrazy ve tvaru libovolné permutace tří bodů P , P' , P'' .

My ale hledáme invarianty, které jsou funkcemi 10 proměnných (2). Takže mezi kombinacemi našich šesti invariantů musíme najít ty, které jsou závislé pouze na těchto deseti proměnných, tzn. těch, které nejsou homogenní(?) jak vzhledem k δx , δy , δz , δt , tak k $\delta_1 x$, $\delta_1 y$, $\delta_1 z$, $\delta_1 t$. Potom nám zůstanou čtyři různé invarianty:

$$\sum x^2 - t^2, \quad \frac{t - \sum x\xi}{\sqrt{1 - \sum \xi^2}}, \quad \frac{t - \sum x\xi_1}{\sqrt{1 - \sum \xi_1^2}}, \quad \frac{1 - \sum \xi\xi_1}{\sqrt{(1 - \sum \xi^2)(1 - \sum \xi_1^2)}}. \quad (5)$$

Dále se podívejme jak se transformují složky síly; vzpomeneme si na rovnosti (11) v části 1, které se nevztahují na sílu X_1, Y_1, Z_1 uvažovanou v přítomnosti, ale na sílu na jednotku objemu X, Y, Z .

Navíc zavedeme

$$T = \sum X\xi;$$

vidíme, že (11) můžeme napsat jako ($l = 1$):

$$\left. \begin{aligned} X' &= k(X + \varepsilon T), & T' &= k(T + \varepsilon X), \\ Y' &= Y, & Z' &= Z; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

přitom X, Y, Z, T podléhají stejné transformaci jako x, y, z, t . Následkem toho bude grupa invariantů

$$\sum X^2 - T^2, \quad \sum Xx - Tt, \quad \sum X\delta x - T\delta t, \quad \sum X\delta_1 x - T\delta_1 t.$$

Nicméně my nepotřebujeme X, Y, Z , ale X_1, Y_1, Z_1 s

$$T_1 = \sum X_1\xi.$$

A vidíme, že

$$\frac{X_1}{X} = \frac{Y_1}{Y} = \frac{Z_1}{Z} = \frac{T_1}{T} = \frac{1}{\rho}.$$

Takže LT bude působit stejně na X_1, Y_1, Z_1, T_1 , jako na X, Y, Z, T , až na to, že tyto výrazy budou navíc vynásobeny výrazem

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{1}{k(1 + \xi\varepsilon)} = \frac{\delta t}{\delta t'}.$$

Stejným způsobem bude LT působit na ξ, η, ζ, l , jako na $\delta x, \delta y, \delta z, \delta t$, a tyto výrazy budou opět vynásobeny

$$\frac{\delta t}{\delta t'} = \frac{1}{k(1 + \xi\varepsilon)}.$$

Dále uvažujme čtvrtý bod Q o souřadnicích $X, Y, Z, T\sqrt{-1}$. Invarianty potom budou funce vzájemné vzdálenosti čtyř bodů

$$0, \quad P, \quad P', \quad P'', \quad Q$$

A mezi těmito funkcemi musíme nechat pouze ty, které nejsou homogenní vzhledem k

$$X, \quad Y, \quad Z, \quad T, \quad \delta x, \quad \delta y, \quad \delta z, \quad \delta t$$

(nebo $X_1, Y_1, Z_1, T_1, \xi, \eta, \zeta, l$), a zároveň k

$$\delta_1 x, \quad \delta_1 y, \quad \delta_1 z, \quad \delta_1 t$$

(nebo $\xi_l, \eta_l, \zeta_l, l$)

Tímto způsobem jsme našli mimo prvních čtyř invariantů (5), čtyři nové invarianty:

$$\frac{\sum X_1^2 - T_1^2}{1 - \sum \xi^2}, \quad \frac{\sum X_1 x - T_1 t}{\sqrt{1 - \sum \xi^2}}, \quad \frac{\sum X_1 \xi_1 - T_1}{\sqrt{1 - \sum \xi^2} \sqrt{1 - \sum \xi_1^2}}, \quad \frac{\sum X_1 \xi - T_1}{1 - \sum \xi^2}. \quad (7)$$

Poslední invarianty (7) jsou vždy nulové vzhledem k definici T_1 .

Co musí platit, abychom tyto podmínky uspokojili?

1° První člen v (1), určující rychlost šíření, musí být funkcí čtyř invariantů (5).

Mohli bychom zřejmě vyšetřovat spoustu hypotéz, z nichž prozkoumáme pouze dvě:

A) Můžeme vzít:

$$\sum x^2 - t^2 = r^2 - t^2 = 0,$$

odkud $t = \pm r$ a pokud t má být záporné, $t = -r$. To znamená, že rychlost šíření se rovná rychlosti světla. Laplace ukázal, že ve skutečnosti je toto šíření okamžité nebo o hodně rychlejší než světlo. Zkoumal totiž hypotézu šíření konečnou rychlostí *ceteris non mutatis*; Tato hypotéza je propojena s mnoha dalšími a možná mezi nimi dochází k více méně dokonalé kompenzaci. Aplikace LT už nás o tom přesvědčila řadou příkladů.

B) Vezmeme:

$$\frac{t - \sum x \xi_1}{\sqrt{1 - \sum \xi_1^2}} = 0, \quad t = \sum x \xi_1.$$

Rychlost šíření je tedy o dost rychlejší než světlo, ale v některých případech může být t kladné, což, jak zmíníme, může být stěží přijatelné. *Proto se přikláníme k hypotéze (A)*

2° Čtyři invarianty v (7) by měly být funkcemi invariantů (5)

3° Když jsou dvě tělesa v absolutním klidu X_1, Y_1, Z_1 , by měly mít hodnoty dané Newtonovým zákonem dané vztahem (4).

V případě absolutního klidu by se první dva invarianty měly zredukovat na

$$\sum X_1^2, \quad \sum X_1 x,$$

nebo podle Newtonova zákona

$$\frac{1}{r^4}, \quad -\frac{1}{r};$$

k tomu bude, podle hypotézy (A), druhý a třetí invariant

$$\frac{-r - \sum x \xi}{\sqrt{1 - \sum \xi^2}}, \quad \frac{-r - \sum x \xi_1}{\sqrt{1 - \sum \xi_1^2}},$$

což pro absolutní klid dá:

$$-r, \quad -r.$$

Můžeme též například předpokládat, že se zredukuje první dva invarianty v (7)

$$\frac{(1 - \sum \xi_1^2)^2}{(r + \sum x \xi_1)^4}, \quad -\frac{\sqrt{1 - \sum \xi_1^2}}{r + \sum x \xi_1},$$

ačkoliv jsou možné i jiné kombinace.

Musíme si mezi těmito kombinacemi vybrat a kromě toho ještě potřebujeme třetí rovnici v pořadí, abychom definovali X_1, Y_1, Z_1 . Při výběru bychom se měli pokusit přiblížit se co nejvíce Newtonovu zákonu. Podívejme se co se stane, když zanedbáme čtverce rychlostí ξ, η , atd. (t se stále rovná $-r$). Naše čtyři invarianty v rovnicích (5) nabudou tvaru:

$$0, \quad -r - \sum x \xi, \quad -r - \sum x \xi_1, \quad 1$$

a čtyři invarianty ze (7):

$$\sum X_1^2, \quad \sum X_1(x + \xi r), \quad \sum X_1(\xi_1 - \xi), \quad 0.$$

Než budeme moci provést srovnání s Newtonovým zákonem, potřebujeme ještě jinou transformaci. V našem případě, kde $x_0 + x, y_0 + y, z_0 + z$ jsou souřadnice přitahovaného tělesa v okamžiku $t_0 + t$ a $r = \sqrt{\sum x^2}$. V Newtonově zákoně musíme souřadnice přitahovaného tělesa uvažovat $x_0 + x_1, y_0 + y_1, z_0 + z_1$ v čase t_0 a vzdálenost $r_1 = \sqrt{\sum x_1^2}$.

Můžeme zanedbat druhou mocninu času t , nutnou pro šíření a následně postupovat, jako u rovnoměrného pohybu, potom dostáváme:

$$x = x_1 + \xi_1 t, \quad y = y_1 + \eta_1 t, \quad z = z_1 + \zeta_1 t, \quad r(r - r_1) = \sum x \xi_1 t;$$

po dosazení za $t = -r$:

$$x = x_1 - \xi_1 r, \quad y = y_1 - \eta_1 r, \quad z = z_1 - \zeta_1 r, \quad r = r_1 - \sum x \xi_1;$$

takže naše 4 invarianty (5) budou:

$$0, \quad -r_1 + \sum x(\xi_1 - \xi), \quad -r_1, \quad 1$$

a invarianty (7):

$$\sum X_1^2, \quad \sum X_1[x_1 + (\xi - \xi_1)r_1], \quad \sum X_1(\xi_1 - \xi), \quad 0.$$

Ve druhém z těchto výrazů jsem napsal r_1 namísto r , protože r je vynásobeno $\xi - \xi_1$ a protože jsem zanedbal druhou mocninu ξ .

Pro tyto 4 invarianty (7), by Newtonův zákon vypadal:

$$\frac{1}{r_1^4}, \quad -\frac{1}{r_1} - \frac{\sum x_1(\xi - \xi_1)}{r_1^2}, \quad \frac{\sum x_1(\xi - \xi_1)}{r_1^3}, \quad 0.$$

Pokud druhý a třetí z invariantů (5) označíme jako A a B a první tři z invariantů v (7) jako M, N, P, splníme Newtonův zákon pro podmínky prvního řádu v druhé mocnině rychlosti položením:

$$M = \frac{1}{B^4}, \quad N = \frac{+A}{B^2}, \quad P = \frac{A - B}{B^3}. \quad (8)$$

Toto řešení není jediné. Když čtvrtý invariant v (5) položíme rovný C , potom $C - 1$ je řádově druhá mocnina ξ stejně jako u $(A - B)^2$.

Řešení (8) se zpočátku jeví jako nejjednodušší, ale přesto je nepříjemné. Ve skutečnosti sice M, N, P jsou funkcemi X_1, Y_1, Z_1 a $T_1 = \sum X_1 \xi$, a hodnoty X_1, Y_1, Z_1

můžeme dostat z rovností (8), ale v určitých případech jsou tyto hodnoty imaginární.

Abychom se této nepříjemnosti vyhnuli, vyjdeme z jiné metody. Zvolíme:

$$k_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \sum \xi^2}}, \quad k_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \sum \xi_1^2}},$$

jako analogii ke

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \sum \xi^2}}$$

uvedenému v Lorentzově substituci.

V tomto případě, a za podmínky $t = -r$, dostaneme invarianty ve tvaru:

$$0, \quad A = -k_0(r + \sum x\xi), \quad B = -k_1(r + \sum x\xi_1), \quad C = k_0k_1(1 - \sum \xi\xi_1).$$

Kromě toho si všimneme, že následující systém veličin:

$$\begin{array}{cccc} x, & y, & z, & -r = t, \\ k_0X_1, & k_0Y_1, & k_0Z_1, & k_0T_1, \\ k_0\xi, & k_0\eta, & k_0\zeta, & k_0, \\ k_1\xi_1, & k_1\eta_1, & k_1\zeta_1, & k_1 \end{array}$$

podléhá stejné lineární substituci, když na něj použijeme transformaci Lorentzovy grupy. To nás vede k vyjádření:

$$\left. \begin{array}{l} X_1 = x \frac{\alpha}{k_0} + \xi\beta + \xi_1 \frac{k_1}{k_0} \gamma, \\ Y_1 = y \frac{\alpha}{k_0} + \eta\beta + \eta_1 \frac{k_1}{k_0} \gamma, \\ Z_1 = z \frac{\alpha}{k_0} + \zeta\beta + \zeta_1 \frac{k_1}{k_0} \gamma, \\ T_1 = -r \frac{\alpha}{k_0} + \beta + \frac{k_1}{k_0} \gamma. \end{array} \right\} \quad (9)$$

Je jasné, že pokud jsou α, β, γ invarianty, X_1, Y_1, Z_1, T_1 budou splňovat fundamentální podmínku, tzn. LT pro ně bude vhodnou lineární substitucí.

Nicméně aby byla pro rovnice (9) kompatibilní, musíme mít

$$X_1\xi - T_1 = 0,$$

což se stane, pokud nahradíme X_1, Y_1, Z_1, T_1 jejich hodnotami v (9) a vynásobíme k_0^2 :

$$-A\alpha - \beta - C\gamma = 0.$$

Chtěli bychom, aby hodnoty X_1, Y_1, Z_1 , zůstaly ve shodě s Newtonovým zákonem, když zanedbáme čtverce rychlostí ξ , tzn. vzhledem ke čtverci rychlosti světla a k následkům zrychlení a vzdálenosti.

Mohli bychom zvolit

$$\beta = 0, \quad \gamma = -\frac{A\alpha}{C}.$$

Dostaneme vztahy:

$$k_0 = k_1 = 1, \quad C = 1, \quad A = -r_1 + \sum x(\xi_1 - \xi), \quad B = -r_1, \quad x = x_1 + \xi_1 t = x_1 - \xi_1 r.$$

První rovnice v (9) potom bude vypadat:

$$X_1 = \alpha(x - A\xi_1).$$

Ale pokud je druhá mocnina ξ zanedbána, $A\xi_1$ může být nahrazeno $-r_1\xi_1$ nebo $-r\xi_1$, což dá:

$$X_1 = \alpha(x + \xi_1 r) = \alpha x_1.$$

Newtonův zákon by nabyl tvaru:

$$X_1 = -\frac{x_1}{r_1^3}.$$

Následně musíme zvolit hodnotu invariantu α , který se po aproximaci zredukuje na $-\frac{1}{r_1^3}$ to je

$-\frac{1}{B^3}$. Rovnice (9) budou po těchto úpravách vypadat:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{x}{k_0 B^3} - \xi_1 \frac{k_1}{k_0} \frac{A}{B^3 C}, \\ Y_1 &= \frac{y}{k_0 B^3} - \eta_1 \frac{k_1}{k_0} \frac{A}{B^3 C}, \\ Z_1 &= \frac{z}{k_0 B^3} - \xi_1 \frac{k_1}{k_0} \frac{A}{B^3 C}, \\ T_1 &= -\frac{r}{k_0 B^3} - \frac{k_1}{k_0} \frac{A}{B^3 C}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Nejdříve si všimněme, že přitahování sestává ze dvou částí: první je rovnoběžná s vektorem spojujícím polohu obou těles, a druhá je rovnoběžná s rychlostí přitahovaného tělesa.

Pamatujte, že když mluvíme o poloze nebo rychlosti přitahujícího tělesa, vztahuje se to na jeho pozici nebo rychlost, kterou unáší(?) gravitační vlna; oproti tomu u přitahovaného tělesa se to vztahuje k pozici nebo rychlosti, se kterou se k němu gravitační vlna přibližuje, za předpokladu, že se tato vlna šíří rychlostí světla.

Věřím, že by bylo předčasné usilovat o další pokrok v diskuzi o těchto rovnicích; proto se tedy omezím už jen na pár poznámek.

1° Řešení (11) nejsou jednoznačná; ve skutečnosti můžeme zaměnit celkový faktor $1/B^3$ za

$$\frac{1}{B^3} + (C - 1)f_1(A, B, C) + (A - B)^2 f_2(A, B, C),$$

kde f_1 a f_2 jsou libovolné funkce od A, B, C . Eventuelně bychom nemuseli nastavit β na nulu, ale přidat nějaké doplňující podmínky pro α, β, γ , které by vyhovovaly podmínce (10) a byly druhořadé vzhledem ke ξ pro α a prvořadé pro β a γ .

2° První rovnost v (11) může být napsaná, jako:

$$X_1 = \frac{k_1}{B^3 C} \left[x \left(1 - \sum \xi \xi_1 \right) + \xi_1 \left(r + \sum x \xi \right) \right] \quad (11')$$

a veličiny v závorkách jako:

$$(x + r \xi_1) + \eta(\xi_1 y - x \eta_1) + \zeta(\xi_1 z - x \zeta_1), \quad (12)$$

takže celková síla může být rozdělena do tří složek v souladu se třemi závorkami ve výrazu (12); první složka je nejasně podobná mechanické síle vyvolané elektrickým polem, dvě zbývající mechanické síle od magnetického pole; abych tuto analogii rozšířil (ve smyslu první poznámky) mohl bych zaměnit $1/B^3$ v (11) za C/B^3 takže X_1, Y_1, Z_1 , jsou lineární funkce přitahovaného tělesa o rychlosti ξ, η, ζ , zatímco C zmizí ze jmenovatele v (11').

Dále položíme:

$$\left. \begin{aligned} k_1(x + r \xi_1) &= \lambda, & k_1(y + r \eta_1) &= \mu, & k_1(z + r \zeta_1) &= v, \\ k_1(\eta_1 z - \zeta_1 y) &= \lambda', & k_1(\zeta_1 x - \xi_1 z) &= \mu', & k_1(\xi_1 y - x \eta_1) &= v'; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

C vymizelo ze jmenovatele zlomku (11'), z čehož vyplývá:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{\lambda}{B^3} - \frac{\eta v' - \zeta \mu'}{B^3}, \\ Y_1 &= \frac{\mu}{B^3} - \frac{\zeta \lambda' - \xi v'}{B^3}, \\ Z_1 &= \frac{v}{B^3} - \frac{\xi \mu' - \eta \lambda'}{B^3}; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

a kromě toho dostáváme:

$$B^2 = \sum \lambda^2 - \sum \lambda'^2. \quad (15)$$

Tedy λ, μ, v , nebo $\lambda/B^3, \mu/B^3, v/B^3$ je pole elektrického typu, zatímco λ', μ', v' nebo raději $\lambda'/B^3, \mu'/B^3, v'/B^3$ je pole magnetického typu.

3° Postulát relativity nás nutí přijmout řešení (11) nebo (14) nebo jakékoliv řešení odvozené na základě první poznámky. Nicméně první otázka je, zda jsou tyto řešení kompatibilní s astronomickými pozorováními. Odchylka od Newtonova zákona je řádově ξ^2 , tzn. 10 000 krát menší než kdyby byla řádově ξ , tzn. pokud by šíření probíhalo rychlostí světla, *ceteris non mutatis*; proto je tedy oprávněné domnívat se, že není moc velká. Vyřešit tuto otázku by nicméně vyžadovalo rozsáhlejší diskuzi.

Paříž, Červenec, 1905

H. Poincaré